

مراجعة عامة لمبادئ الإحصاء

أولاً: الوسط الحسابي: (أحد مقاييس النزعة المركزية)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

ثانياً: الانحراف المعياري: (أحد مقاييس التشتت)

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \bar{x}\cdot\sum x}{n}}$$

مثال: لتكن لدينا البيانات التالية التي تمثل الأجر اليومي لـ (5) عمال تم سحبهم عشوائياً من إحدى الصناعات:

رقم العامل	1	2	3	4	5	المجموع
الأجر ل.س	400	450	370	380	400	2000

المطلوب: حساب كل من الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري للأجر اليومي للعامل ؟

$$\overline{X} = \frac{400+450+370+380+400}{5} = 400 \text{ ل.س}$$

$$S_x^2 = \frac{(400-400)^2+(450-400)^2+(370-400)^2+(380-400)^2+(400-400)^2}{5} = 760$$

$$S_x = \sqrt{760} = 27.57 \text{ ل.س}$$

ثالثاً: المنحني الطبيعي:

يُستخدم من أجل حساب احتمالات معينة وذلك بالاعتماد على :

1) $Z = \frac{x-\bar{x}}{S_x}$ الدرجة المعيارية (الأخطاء الاحتمالية المقابلة لاحتمال الدقة) ؛

2) جدول الاحتمالات وقيم Z المقابلة لتلك الاحتمالات:

$1-\alpha$	68.27%	90%	95%	95.45%	99%	99.73%	100%
Z	± 1	± 1.65	± 1.96	± 2	± 2.58	± 3	$\pm\infty$

مثال: أخذت عينة عشوائية من 400 طالب فوجد أن متوسط أطوال الطلاب 170 سم وبانحراف معياري 3 سم ؛ فإذا علمت أن أطوال الطلاب خاضعة للتوزيع الطبيعي ؛ المطلوب:

1- ما هو احتمال أن يتراوح طول طالب ما بين 167 و 176 ؟ ؛ 2- ما هو احتمال أن يكون طول طالب ما يتراوح بين 173 و 175.88؟

3- أوجد النسبة المئوية للطلاب الذين تزيد أطوالهم عن 176 سم ؟ ؛ 4- أوجد عدد الطلاب الذين تقل أطوالهم عن 176 سم ؟

*** * * الحل * * ***

الطلب الأول:

$$Z_1 = \frac{167-170}{3} = -1 \Rightarrow \frac{0.6827}{2} = 0.34135$$

$$Z_2 = \frac{176-170}{3} = +2 \Rightarrow \frac{0.9545}{2} = 0.47725$$

$$P_r = 0.34135 + 0.47725 = 0.8186 = 81.86\%$$

الطلب الثاني:

$$Z_1 = \frac{173-170}{3} = +1 \Rightarrow 0.34135$$

$$Z_2 = \frac{175.88-170}{3} = 1.96 \Rightarrow \frac{0.95}{2} = 0.475$$

$$P_r = 0.475 - 0.34135 = 0.13365 = 13.365\%$$

الطلب الثالث:

$$Z = \frac{176-170}{3} = +2 \Rightarrow 47.725\%$$

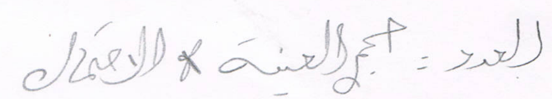
$$P_r\% = 50 - 47.725 = 2.275\%$$

الطلب الرابع:

$$Z = +2 \Rightarrow 0.47725$$

$$n(x \prec 176) = n \times P_r(Z \prec +2)$$

$$n(x \prec 176) = 400 \times (0.5 + 0.47725) \approx 391 \text{ طالب}$$



الأستاذ محمد شحبير ٠٩٣٣ / ٥٢٥٦٦٠

البحث الأول : الاستدلال الإحصائي لعينات كبيرة الحجم

1 – 1: مقدمة

الاستدلال الإحصائي (The Statistical Inference) هو إحصاء تحليلي يهدف إلى القيام بعملية استنتاج عن المجتمع الإحصائي من خلال عينة مسحوبة من ذلك المجتمع شرط أن تكون مسحوبة منه بصورة عشوائية ، (أي أن تكون العينة ممثلة للمجتمع المسحوبة منه أصدق تمثيل).

وقبل البدء في موضوع الاستدلال الإحصائي لا بد من التعرّف على مفاهيم هامة كمفهوم المجتمع الإحصائي و العينات وتوزيعات المعاينة وخاصة توزيعات المعاينة المتعلقة بالعينات كبيرة الحجم ، حيث تُعد العينة كبيرة الحجم إذا كان عدد مفرداتها 30 مفردة فأكثر.

1 – 2: المجتمع الإحصائي والعينات

- **المجتمع الإحصائي:** عبارة عن جميع المفردات التي تتمتع بخاصية ما، فقد تكون المفردات بشراً أو أشياء أو ظواهر.
- **العينة :** هي عبارة عن مجموعة من المفردات مسحوبة من المجتمع الإحصائي المرغوب دراسته.
- **أنواع العينات :** 1) العينات العشوائية (العلمية أو الاحتمالية) ؛ 2) العينات غير العشوائية (الشخصية)

1) العينات العشوائية (العلمية أو الاحتمالية)

العينة العشوائية : « **هي العينة التي اختيرت باستخدام أساليب السحب العلمية ، وتعني إعطاء كل مفردات المجتمع الإحصائي الفرصة ذاتها أو احتمالاً متساوياً لاختيارها** » و أنواعها: **العينة العشوائية البسيطة ، العينة العشوائية الطبقية ، العينة العشوائية المنتظمة ، العينة العشوائية العنقودية العينة العشوائية متعددة المراحل.**

2) العينات غير العشوائية (الشخصية)

العينة غير العشوائية : « **هي العينة التي يتم الحصول على بياناتها بشكل غير عشوائي ، أي لا يمكن تطبيق نظرية الاحتمالات وأصول الاستدلال الإحصائي عليها** » ؛ و أنواعها: **عينة الحصص ، العينة المنتقاة ، العينة كبيرة الحجم**

- **أخطاء العينات :** عند سحب العينة قد نرتكب أحد الخطأين التاليين:

1) أخطاء الحظ والصدفة (الأخطاء الاحتمالية أو العشوائية): هي تلك الأخطاء التي تصاحب عملية اختيار مفردات العينة ولا بد أن تقع بسبب عشوائية السحب ، ويمكن معالجتها بزيادة حجم العينة.

2) أخطاء التحيز (الأخطاء المنتظمة): وهي تلك الأخطاء التي تنشأ بيد الباحث من خلال إتباع أساليب غير علمية في سحب العينات.

1 – 3: التوزيعات التكرارية

1 – 3 – 1 توزيع المجتمع الإحصائي:

بفرض لدينا مجتمع إحصائي ما مؤلف من (N) وحدة إحصائية ، فإن لذلك المجتمع الإحصائي مقاييس إحصائية وصفية تدل على خصائصه ، مثل: الوسط الحسابي (μ)، التباين (σ_x^2) ، الانحراف المعياري (σ_x) ، النسبة المئوية لتكرار الصفة (p) ومتممتها (q) حيث أن $(q = 1 - p)$ وتدعى تلك المقاييس بالثوابت الإحصائية ، فالثابت الإحصائي هو : « **أي مقياس إحصائي وصفي محسوب بدلالة المجتمع الإحصائي**». ويفترض أن يكون شكل توزيع المجتمع الإحصائي خاضع للتوزيع الطبيعي.

1 – 3 – 2 توزيع العينة:

على فرض أننا سحبنا عينة عشوائية حجمها (n) وحدة إحصائية من مجتمع إحصائي ما ، فإن شكل توزيعها يشبه توزيع شكل مجتمعها الإحصائي الذي أُخذت منه ، على اعتبار أنها مسحوبة بصورة **عشوائية** ، ويتميز توزيع العينة بمقاييس إحصائية وصفية تدل على خصائصه مثل: الوسط الحسابي $(\overline{X})$ ، التباين (S_x^2) الانحراف المعياري (S_x) ، النسبة المئوية لتكرار الصفة في العينة (p') ومتممتها $(q' = 1 - p')$، وتدعى هذه المقاييس بالتوابع الإحصائية ، فالتابع الإحصائي هو « **أي مقياس إحصائي وصفي محسوب بدلالة العينة** ».

1 – 3 – 3 توزيع المعاينة:

بفرض لدينا مجتمع إحصائي مؤلف من (N) وحدة إحصائية ، ونود أن نسحب منه جميع العينات العشوائية الممكنة والمتساوية الحجم ويساوي حجم كل منها (n) وحدة إحصائية ، فإنه سيتشكل لدينا عدداً من العينات العشوائية مساوٍ إلى (N^n) عينة إذا كان السحب مع إعادة أو $C_N^n = \dfrac{N!}{n!(N-n)!}$ عينة إذا كان السحب دون إعادة ؛ وبما أن لكل عينة من العينات العشوائية المسحوبة وسط حسابي ، انحراف معياري و نسبة مئوية ، فسيكون لدينا عدداً من الأوساط الحسابية مطابقاً لعدد العينات العشوائية المسحوبة ، ونظراً لأن هذه الأوساط قد تختلف عن بعضها بسبب الأخطاء الاحتمالية ، فإنها تشكل فيما بينها توزيعاً تكرارياً يُطلق عليه توزيع معاينة الأوساط الحسابية ، وكذلك الأمر بالنسبة للانحرافات المعيارية والنسب المئوية.

وبناءً على ما سبق يمكن تعريف توزيع المعاينة بأنه : « التوزيع التكراري لأحد المقاييس الإحصائية الوصفية المحسوب من عدد كبير من العينات العشوائية متساوية الحجم من مجتمع إحصائي واحد.» ، وبشكلٍ عام ، فإن توزيع المعاينة هو ذلك التوزيع الذي يصف الكيفية التي تختلف فيها التوابع الإحصائية عن الثوابت الإحصائية المقابلة لها، عندما تحدد قوى الحظ وحدها الوحدات التي ستتضمنها العينة من مجموع الوحدات في المجتمع الإحصائي. ومتى نستعمل المنحنى الطبيعي كتوزيع معاينة في معاينة مسائل الاستدلال الإحصائي؟ ولماذا؟

يُستعمل المنحني الطبيعي كتوزيع معاينة نظري في معالجة مسائل الاستدلال الإحصائي، وبغض النظر عن التابع الإحصائي موضوع الدراسة، سواء كان وسطاً حسابياً أو انحرافاً معيارياً، شرط أن يكون حجم العينة كبيراً $(n \geq 30)$ لأنه وبحسب **نظرية الحد المركزي للإحصاء الرياضي:** « **كلما ازداد حجم العينة وأصبح أكثر من 30 مفردة ، فإن شكل توزيعها يقترب من شكل توزيع المنحني الطبيعي** »؛ أما توزيع معاينة النسب المئوية فإنه يخضع لتوزيع ثنائي الحدين ولكن عندما يكون حجم العينة أكبر من 100 مفردة يُستخدم التوزيع الطبيعي كتقريب جيد لتوزيع ثنائي الحدين.

خصائص توزيعات المعاينة:

تُصنَّف البيانات الإحصائية تبعاً لطبيعتها إلى بيانات كمية تدعى (متغيرات) ، وبيانات نوعية تدعى (نوعيات) ، حيث أن:

البيانات الكمية (المتغيرات): تعرّف بأنها القيم العددية لتلك الميزات المشتركة التي تتصف بها مجموعة من الأشياء بدرجات مختلفة ومقاسه ؛ **مثال ذلك أجور مجموعة من العاملين ، وتقاس البيانات الكمية باستخدام مقاييس النزعة المركزية والتشتت كالوسط الحسابي والانحراف المعياري.**

البيانات النوعية (النوعيات): هي تلك الميزات التي إما أن الشيء يتصف بها أو لا يتصف بها ، ولكن ليس بدرجات متغيرة ومقاسه أي أن البيانات النوعية هي البيانات التي يعبر عنها بكلمة أو جملة **مثل مدرسة ، جامعة ، كرسي ، ... الخ. ويمكن وصف المتغير النوعي من خلال النسبة المئوية.**

ووفقاً لما عُرض أعلاه نميز بين خصائص توزيعات المعاينة للمتغيرات و خصائص توزيعات المعاينة للنوعيات.

أولاً : خصائص توزيع معاينة المتغيرات:

A- توزيع معاينة الأوساط الحسابية:

هو التوزيع التكراري لعدد كبير من الأوساط الحسابية لعينات عشوائية من حجم واحد ومن مجتمع إحصائي واحد ، وخصائصه هي :

1- إن الأمل الرياضي (التوقع الرياضي) لتوزيع معاينة الأوساط الحسابية يساوي الوسط الحسابي للمجتمع، وبعبارة أخرى يتفق الوسط الحسابي لتوزيع معاينة الأوساط الحسابية تماماً مع الثابت الإحصائي المقابل له وهو الوسط الحسابي للمجتمع.

$$\mu = E(\bar{x}_i) = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \cdots + \bar{x}_m}{M} = \frac{\sum_{i=1}^{M} \bar{x}_i}{M}$$

حيث أن $E(\bar{x}_i)$: الأمل (التوقع) الرياضي لتوزيع معاينة الأوساط الحسابية (الوسط الحسابي للأوساط الحسابية)

و M عدد العينات المسحوبة، فإذا كان السحب مع إعادة فإن: $M = N^n$ ، وإذا كان السحب دون إعادة فإن: $M = C_N^n$

2- يُدعى الانحراف المعياري لتوزيع معاينة أي تابع إحصائي بالخطأ المعياري ويرمز إليه بـ(σ) مشفوعاً برمز التابع الإحصائي العائد له ، أي أن الخطأ المعياري للوسط الحسابي هو $(\sigma_{\bar{x}})$ ويعرف " **بأنه الانحراف المعياري للتوزيع التكراري لعدد كبير من الأوساط الحسابية لعينات عشوائية من حجم واحد ومن مجتمع إحصائي واحد** " ؛ و يجب أن نميز في حساب الخطأ المعياري للوسط الحسابي الآتي :

	الانحراف المعياري للمجتمع معلوم	الانحراف المعياري للمجتمع مجهول
السحب مع إعادة (مجتمع غير محدود)	$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ القانون الأساسي	$\sigma_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}$ القانون البديل
السحب دون إعادة (مجتمع محدود)	$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$	$\sigma_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

B- توزيع معاينة الانحرافات المعيارية:

هو التوزيع التكراري لعدد كبير من الانحرافات المعيارية لعينات عشوائية من حجم واحد ومن مجتمع إحصائي واحد، وخصائصه هي :

1- الأمل (التوقع) الرياضي لتوزيع معاينة الانحرافات المعيارية يساوي الانحراف المعياري للمجتمع، أي أن الوسط الحسابي لتوزيع معاينة الانحرافات المعيارية يتفق تماماً مع الانحراف المعياري للمجتمع.

$$\sigma_x = E(S_i) = \frac{S_1 + S_2 + \cdots\cdots + S_n}{N^n}$$

2- الخطأ المعياري للانحراف المعياري هو (σ_σ) ويعرف **"بأنه الانحراف المعياري للتوزيع التكراري لعدد كبير جداً من الانحرافات المعيارية للعينات العشوائية من حجم واحد ومن مجتمع إحصائي واحد"**، و يجب أن نميز في حساب الخطأ المعياري للانحراف المعياري الآتي:

الانحراف المعيارى للمجتمع مجهول	الانحراف المعيارى للمجتمع معلوم
$\sigma_\sigma = \frac{S_x}{\sqrt{2n}}$	$\sigma_\sigma = \frac{\sigma_x}{\sqrt{2n}}$

ثانياً : خصائص توزيع معاينة النوعيات (النسب المئوية):

توزيع معاينة النسب المئوية: هو التوزيع التكراري لعدد كبير من النسب المئوية لعينات عشوائية من حجم واحد ومن مجتمع إحصائي واحد، وخصائصه هي :

1- الأمل (التوقع) الرياضي لتوزيع معاينة النسب المئوية يساوي النسبة المئوية للمجتمع ، أي أن الوسط الحسابي لتوزيع معاينة النسب المئوية يتفق تماماً مع النسبة المئوية للمجتمع.

2- الخطأ المعياري للنسبة المئوية هو (σ_p) ويعرف **"بأنه الانحراف المعياري للتوزيع التكراري لعدد كبير من النسب المئوية لعينات عشوائية من حجم واحد ومن مجتمع إحصائي واحد"** ، و يجب أن نميز عند حساب الخطأ المعياري للنسبة المئوية الآتي:

نسبة المجتمع (p) مجهولة	نسبة المجتمع (p) معلومة	
$\sigma_p = \sqrt{\frac{p' \cdot q'}{n}}$	$\sigma_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}$	السحب مع إعادة (مجتمع غير محدود)
$\sigma_p = \sqrt{\frac{p' \cdot q'}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$	$\sigma_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$	السحب دون إعادة (مجتمع محدود)

علماً أن $p' = \frac{k}{n} \cdot 100$ حيث أن (k) يمثل حجم الظاهرة المرغوب دراستها في العينة.

توزيعات معاينة الفروق:

A) توزيع معاينة فروق الأوساط الحسابية

الخطأ المعياري لتوزيع الفروق بين الوسطين الحسابيين يحسب كما يلي:

الانحرافات المعيارية للمجتمعات مجهولة	الانحرافات المعيارية للمجتمعات معلومة
$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$	$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$

B) توزيع معاينة الفروق بين الانحرافين المعياريين

الخطأ المعياري لتوزيع الفرق بين الانحرافين المعياريين يحسب كما يلي:

الانحرافات المعيارية للمجتمعات مجهولة	الانحرافات المعيارية للمجتمعات معلومة
$\sigma_{\sigma_1-\sigma_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{2n_1} + \frac{S_2^2}{2n_2}}$	$\sigma_{\sigma_1-\sigma_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{2n_1} + \frac{\sigma_2^2}{2n_2}}$

C) توزيع معاينة الفروق بين النسب المئوية

الخطأ المعياري للفرق بين نسبتين :

نسب المجتمعات مجهولة	نسب المجتمعات معلومة
$\sigma_{p_1-p_2} = \sqrt{\frac{p_1'q_1'}{n_1} + \frac{p_2'q_2'}{n_2}}$	$\sigma_{p_1-p_2} = \sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}$

1 – 4: تحديد حجم العينة

يتوقف تحديد حجم العينة وفقاً لنوع العينة المستخدمة والهدف من الدراسة و طبيعة المجتمع المدروس وكذلك التكلفة ودرجة الدقة المطلوبة بالبيانات و يتحدد حجم العينة وفقاً للعلاقة :

$$\text{الخطأ المعياري للتابع الإحصائي} = \frac{\text{الحد الأقصى للخطأ المسموح بارتكابه } (d)}{\text{الأخطاء الاحتمالية المقابلة لاحتمال الدقة } (Z)}$$

1 – 4 – 1 تحديد حجم العينة للمتغيرات:

A) تحديد حجم العينة لمسألة أوساط حسابية:

السحب مع إعادة	السحب دون إعادة
$n=\frac{(Z)^2 * (\sigma_X)^2}{(d)^2}$	$n=\frac{N\cdot(Z)^2\cdot(\sigma_X)^2}{(N-1)\cdot d^2+(Z)^2\cdot(\sigma_X)^2}$

B) تحديد حجم العينة لمسألة انحرافات معيارية:

- إذا كان الانحراف المعياري للمجتمع معلوماً ، فإن : $n=\frac{(Z)^2 * (\sigma_x)^2}{2*(d)^2}$
- إذا كان الانحراف المعياري للمجتمع مجهولاً ، فإن : $n=\frac{(Z)^2 * (S_x)^2}{2*(d)^2}$

1 – 4 – 2 تحديد حجم العينة للنوعيات (النسب المئوية):

السحب مع إعادة	السحب دون إعادة
$n=\frac{(Z)^2 * p * q}{(d)^2}$	$n=\frac{N\cdot(Z)^2\cdot p\cdot q}{(N-1)\cdot(d)^2+(Z)^2\cdot p\cdot q}$

ملاحظات: هام جداً

① في بعض الأحيان لا تتوفر معلومات عن الانحراف المعياري للمجتمع ولكن يتوفر لدينا مدى عددي للظاهرة المدروسة يُأخذ سُدس ذلك المدى العددي ويُعتبر الناتج هو الانحراف المعياري للمجتمع.

② عادة لا تتوفر لدينا معلومات عن نسبة الظاهرة المدروسة في المجتمع (p) عندها يمكن أن نعتبرها 50%؛ ويمكن أن تتوفر لدينا نسبة المجتمع إلا أنها محصورة ضمن مجال عندها نأخذ الأقرب إلى 50% ونعتبرها قيمة لـ (p).

③ إذا كنا نرغب بالتأكد من جميع الحالات العملية، فهذا يعني أننا واثقون باحتمال 99.73%، بمعنى أن $Z = 3$

---

1 – 5: الاستدلال الإحصائي

يُعالج الاستدلال الإحصائي مسألتين هامتين وهما : **التقدير الإحصائي و اختبار الفرضيات**

1 – 5 – 1 التقدير الإحصائي:

نعني بالتقدير الإحصائي تقدير الثابت الإحصائي بدلالة التابع الإحصائي المحسوب من عينة عشوائية مسحوبة من المجتمع الإحصائي المرغوب دراسته ، إما تقديراً نقطياً أو تقديراً مجالياً.

1 – 5 – 1 – 1 التقدير النقطي:

وهو عبارة عن قيمة واحدة فقط يأخذها الثابت الإحصائي المقدّر بدلالة التابع الإحصائي المقابل والمحسوب من تلك العينة العشوائية المسحوبة من المجتمع الإحصائي المراد تقدير أحد ثوابته الإحصائية، ويجب أن يتصف هذا التقدير بالصفات التالية:

1- **عدم التحيز:** يُقال عن التابع الإحصائي بأنه تقدير غير متحيّز للثابت الإحصائي المقابل له ، إذا كان الثابت الإحصائي هو الأمل الرياضي للتابع الإحصائي: أي $\hat{\mu}=E(X)=\bar{x}$ أو $\hat{p}=p'$.

2- **فعالية التقدير:** فكلما قلّ التباين زادت فعالية التقدير ، أي التباين عن الثابت الإحصائي أقل ما يمكن ، $Var(\hat{\mu})\rightarrow Min$

الأستاذ محمد شحيبر ٠٩٣٣ / ٥٢٥٦٦٠

3- التقارب: يُقال عن التقدير أنه متقارب إذا كانت قيمة التابع الإحصائي تقارب قيمة الثابت الإحصائي كلما زاد حجم العينة.

وبناءً على ما تقدم ، يمكن أن نلخّص التالي :

- إن التقدير غير المتحيّز للوسط الحسابي الحقيقي من عينة عشوائية هو نفسه الوسط الحسابي للعينة لأنها عشوائية $\mu = \bar{x}$
- إن التقدير غير المتحيز للتباين الحقيقي من عينة عشوائية هو:

- $n \prec 30: \quad \sigma_X^2 \cong S_x^2 \cdot \dfrac{n}{n-1} \Rightarrow \sigma_X^2 \cong \dfrac{\sum(x-\bar{x})^2}{n} \cdot \dfrac{n}{n-1}$

حيث أن $\left(\dfrac{n}{n-1}\right)$ هو العامل المصحح ، وضربنا العامل المصحح بتباين العينة لأن حجم العينة أقل من 30 مفردة.

- $n \geq 30: \quad \sigma_X^2 \cong S_x^2$

وأهملنا الضرب بالعامل المصحح لأن حجم العينة أكبر من 30 مفردة.وذلك بحسب قانون الأعداد الكبيرة .

نص قانون الأعداد الكبيرة : « كلما ازداد حجم العينة ، فإن الاحتمال يقترب من اليقين ، ويصبح الفرق بين التابع الإحصائي والثابت الإحصائي المقابل له أصغر من أية قيمة مهما صغرت ».

- إن التقدير غير المتحيز للوسط الحسابي الحقيقي من عينتين عشوائيتين لهما الوسط الحسابي نفسه هو الوسط الحسابي للعينة ذات التباين الأقل (أي أن العينة ذات التباين الأقل تمثل المجتمع أصدق تمثيل).

1 – 5 – 1 – 2 التقدير المجالي (حدا الثقة أو المدى العددي):

تقدير المدى هو عبارة عن تقدير قيمة الثابت الإحصائي ضمن مجالٍ محدد عند احتمال معيّن بدلالة التابع الإحصائي المقابل له مع الأخذ بالحسبان الخطأ المعياري للتابع الإحصائي المراد التقدير بدلالته. ويجب التمييز بين التقدير المجالي للثابت الإحصائي **(حالة المجتمع الواحد)** والتقدير المجالي للفرق بين ثابتين إحصائيين **(حالة المجتمعين الإحصائيين).**

I) حالة المجتمع الواحد: أي إنشاء حدا الثقة للثابت الإحصائي بدلالة التابع الإحصائي المقابل.

تقدير متوسط المجتمع	تقدير الانحراف المعياري للمجتمع	تقدير نسبة المجتمع
$\bar{x} \mp \left(Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sigma_{\bar{x}}\right)$	$S_x \mp \left(Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sigma_{\sigma}\right)$	$p' \mp \left(Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sigma_p\right)$

II) حالة المجتمعين الإحصائيين: أي إنشاء حدا ثقة للفرق بين ثابتين إحصائيين بدلالة الفرق بين تابعين إحصائيين.

① تقدير الفرق الحقيقي بين متوسطي مجتمعين:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \mp Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$$

② تقدير الفرق بين الانحرافين المعياريين لمجتمعين:

$$(S_1 - S_2) \mp Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sigma_{\sigma_1 - \sigma_2}$$

③ تقدير الفرق الحقيقي بين نسبتي مجتمعين:

$$(p_1' - p_2') \mp Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sigma_{p_1 - p_2}$$

---

1 – 5 – 2 اختبار الفرضيات:

إن الاختلاف بين التابع الإحصائي والثابت الإحصائي، لا يخرج عن أحد النوعين التاليين:

النوع الأول: الاختلاف الظاهري: وهو الاختلاف الناشيء من عشوائية سحب العينة، أي يمكن رده للأخطاء الاحتمالية.

النوع الثاني: الاختلاف الحقيقي (الجوهري): وهو الاختلاف الذي ينشأ إما من أخطاء التحيز نتيجة عدم السحب العشوائي للعينة ، أو أنه ناشئ من كون أن العينة العشوائية قد سحبت من مجتمع له ثابت إحصائي يختلف عن الثابت المعلوم أو المحدد.

وكذلك الأمر ينسحب على الاختلاف بين التابعين الإحصائيين، فهذا الاختلاف إما أن يكون اختلافا ظاهريا ناشئا من أسلوب السحب العشوائي للعينات، أو أنه اختلافاً جوهرياً (حقيقياً) ناشئ إما عن التحيّز الذي شاب سحب إحدى العينتين أو كليهما أو أنه ناشئ بسبب أن العينتين العشوائيتين قد سحبتا من مجتمعين إحصائيين مختلفين بثوابتهما.

وإذا كنا بصدد البحث عن السبب الكامن وراء الاختلاف بين التابع والثابت أو بين تابعين، فلا بد من إجراء اختبار لمى يسمى الفرضيات، حيث لدينا فرضيتان، الفرضية الأولى والتي تدعى فرضية العدم (H_0) والتي تفترض أن الاختلاف بين التابع والثابت أو بين التابعين هو اختلاف ظاهري سببه أخطاء الحظ والصدفه (الاخطاء الاحتمالية)، والفرضية الثانية هي الفرضية البديلة (نفي العدم) (H_1) والتي تفترض أن الاختلاف بين التابع والثابت هو اختلاف حقيقي (جوهري).

وبعد صياغة الفرضيات ننتقل لمرحلة الاختبار الإحصائي، والفرضية المختبرة هي فرضية العدم، حيث نفترض صحتها عند الاختبار، وبعد الاختبار نتخذ القرار بحق فرضية العدم، فإذا رفضنا فرضية العدم نقبل الفرضية البديلة (تحصيل حاصل) ، أما إذا قبلنا فرضية العدم فإننا نرفض الفرضية البديلة.

وتجدر الإشارة إلى أن اتخاذ القرار الإحصائي سوف يصاحبه أحد نوعين من الأخطاء:

خطأ من النوع الأول: وهو رفض فرضية (H_0) علماً أنها فرضية صحيحة.

خطأ من النوع الثاني: وهو قبول فرضية (H_0) علماً أنها فرضية خاطئة.

هذا وأن احتمال الوقوع بخطأ من النوع الأول نرمز له بالرمز (α) والذي يسمى مستوى الدلالة ، وإن احتمال عدم الوقوع بخطأ من النوع الأول نرمز له بالرمز (γ) والذي يدعى باحتمال الدقة وهو المتمم الحسابي لـ (α) أي أن: $\gamma = 1 - \alpha$

كما أن احتمال الوقوع بخطأ من النوع الثاني نرمز له بالرمز (β) ، واحتمال عدم الوقوع بخطأ النوع الثاني هو $1 - \beta$

وما يهمنا في منهاج الإحصاء التطبيقي هو مستوى الدلالة (α) و احتمال الدقة $\gamma = 1 - \alpha$ ، ويمكننا أن نستنتج أن مستوى الدلالة (α) هو عبارة عن المساحة الواقعة تحت المنحني الطبيعي والتي تشير إلى مساحة رفض الفرضية (H_0) ، كما أن احتمال الدقة $\gamma = 1 - \alpha$ هو عبارة عن المساحة تحت المنحني الطبيعي والتي تشير إلى مساحة قبول (H_0) تحت المنحني الطبيعي.

والآن نستطيع أن نعدد وبشيء من التفصيل خطوات إجراء اختبار الفرضيات كالتالي:

<u>الخطوة الأولى</u>: صياغة فرضيات الدراسة: حيث كما ذكرنا سابقاً يجب أن يكون لكل مسألة فرضيتان فرضية العدم والفرضية البديلة ، وهنا لدينا حالتين لكتابة الفرضيتين كالتالي:

	دراسة الفرق بين التابع والثابت	دراسة الفرق بين تابعين
الحالة الأولى: عندما يكون الاختبار من اتجاهين	$H_0 : \hat{\theta} = \theta$ $H_1 : \hat{\theta} \neq \theta$	$H_0 : \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2$ $H_1 : \hat{\theta}_1 \neq \hat{\theta}_2$
الحالة الثانية: عندما يكون الاختبار من اتجاه واحد	$H_0 : \hat{\theta} = \theta$ $H_1 : \hat{\theta} \succ \theta \quad (OR)\, \hat{\theta} \prec \theta$	$H_0 : \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2$ $H_1 : \hat{\theta}_1 \succ \hat{\theta}_2 \quad (OR)\, \hat{\theta}_1 \prec \hat{\theta}_2$

المقصود باختبار من اتجاهين أي اختبار فرضية العدم على طرفي منحني التوزيع، بمعنى أن تكون مناطق رفض الفرضية موزعة على طرفي المنحني.

المقصود باختبار من اتجاه واحد أي اختبار فرضية العدم على طرف واحد لمنحني التوزيع، بمعنى أن تكون منطقة رفض الفرضية على طرف واحد للمنحني، فإذا كان الاختبار من اتجاه واحد يمين تكون منطقة الرفض في الجهة اليمنى للمنحني وإذا كان الاختبار من اتجاه واحد يسار فإن منطقة الرفض تكون في المنطقة اليسرى للمنحني.

ونقصد بالرمز $(\hat{\theta})$ هو التابع الإحصائي، أما الرمز (θ) فهو الثابت الإحصائي المقابل للتابع الإحصائي.

فإذا كانت المسألة أوساط حسابية على سبيل المثال فإن $(\hat{\theta})$ تكون $(\overline{x})$ وتكون (θ) المقابلة لـ$(\hat{\theta})$ هي(μ) وهكذا.

<u>الخطوة الثانية</u>: إجراء الاختبار الإحصائي: حيث يتم إيجاد قيمة Z المحسوبة من العلاقة:

$$\text{قيمة الاختبار المحسوبة Z لمجتمع} = \frac{|\text{التابع الإحصائي} - \text{الثابت الإحصائي}|}{\text{الخطأ المعياري للتابع الإحصائي}}$$

أي أن: $Z = \frac{\left|\hat{\theta} - \theta\right|}{\sigma_{\hat{\theta}}}$ ← القانون الأساسي

قيمة الاختبار المحسوبة Z لمجتمعين = | (التابع الأول – التابع الثاني) – (الثابت الأول – الثابت الثاني)| / الخطأ المعياري للفرق بين تابعين

أي أن: $Z = \frac{\left|\left(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2\right) - \left(\theta_1 - \theta_2\right)\right|}{\sigma_{\hat{\theta}_{1-2}}}$ ← قانون بديل

الخطوة الثالثة: استخراج قيمة الاختبار الجدولية (الحرجة أو النظرية) (Z الجدولية)

حيث نستخرج قيمة Z من الجداول اعتماداً على: 1) مستوى الدلالة (α) أو احتمال الدقة $(1-\alpha)$، 2) طبيعة الاختبار من حيث كونه من اتجاه واحد أو اتجاهين وبحيث يكون لدينا:

Z_α : قيمة الاختبار الجدولية عندما يكون الاختبار من اتجاه واحد. و $Z_{\frac{\alpha}{2}}$: قيمة الاختبار الجدولية عندما يكون الاختبار من اتجاهين.

والجدول التالي يوضح أشهر القيم النظرية:

احتمال الدقة $1-\alpha$	68.27%	80%	90%	95%	95.45%	98%	99%	99.73%
مستوى الدلالة α	31.73%	20%	10%	5%	4.55%	2%	1%	0.27%
قيمة Z_α الحرجة من اتجاه واحد	- -	- -	- 1.28 + 1.28	-1.645 +1.645	-1.7 +1.7	- -	-2.33 +2.33	-2.88 +2.88
قيمة $Z_{\alpha/2}$ الحرجة من اتجاهين	±1	±1.28	±1.65	±1.96	±2	±2.33	±2.58	±3

الخطوة الرابعة: اتخاذ القرار الإحصائي: وهنا لدينا القاعدة الإحصائية التالية لاتخاذ القرار:

إذا كانت القيمة المحسوبة Z بالقيمة المطلقة ≥ القيمة الجدولية للإختبار بالقيمة المطلقة ، نرفض فرضية العدم

إذا كانت القيمة المحسوبة للاختبار بالقيمة المطلقة < القيمة الجدولية للاختبار بالقيمة المطلقة ، نقبل فرضية العدم.

جدول توزيع T ستودنت (من اتجاه واحد)

لعينة عددها دائماً أصغر من 30 (معطاة فقط) و σ_x مجهول

تستخدم توزيع T ستودنت عندما تكون الـ n المتعلقة بالأوساط الحسابية صغيرة ومجهولة

درجات الحرية v	مستوى الدلالة (α) 0.5%	1%	2.5%	5%	10%
1	63.66	31.82	12.71	6.31	3.08
2	9.92	6.96	4.30	2.92	1.89
3	5.84	4.54	3.18	2.35	1.64
4	4.60	3.75	2.78	2.13	1.53
5	4.03	3.36	2.57	2.02	1.48
6	3.71	3.14	2.45	1.94	1.44
7	3.50	3.00	2.36	1.89	1.41
8	3.36	2.90	2.31	1.86	1.40
9	3.25	2.82	2.26	1.83	1.38
10	3.17	2.76	2.23	1.81	1.37
11	3.11	2.72	2.20	1.80	1.36
12	3.06	2.68	2.18	1.78	1.36
13	3.01	2.65	2.16	1.77	1.35
14	2.99	2.62	2.14	1.76	1.35
15	2.95	2.60	2.13	1.75	1.34
16	2.92	2.58	2.12	1.75	1.34
17	2.90	2.57	2.11	1.74	1.33
18	2.88	2.55	2.10	1.73	1.33
19	2.86	2.54	2.09	1.73	1.33
20	2.85	2.53	2.09	1.72	1.33
21	2.83	2.52	2.08	1.72	1.32
22	2.82	2.51	2.07	1.72	1.32
23	2.81	2.50	2.07	1.71	1.32
24	2.80	2.49	2.06	1.71	1.32
25	2.79	2.49	2.06	1.71	1.32
26	2.78	2.48	2.05	1.71	1.31
27	2.77	2.47	2.05	1.70	1.31
28	2.76	2.47	2.05	1.70	1.31
29	2.76	2.46	2.05	1.69	1.31
30	2.75	2.46	2.04	1.69	1.31
40	2.70	2.42	2.02	1.68	1.30
60	2.66	2.39	2.00	1.67	1.30
120	2.62	2.36	1.98	1.66	1.30
∞	2.58	2.33	1.96	1.65	1.28

2 – 1 مقدمة

» **يعتمد توزيع ستودنت على عنصرين أساسيين:** 1- مستوى الدلالة (α) ؛ 2- درجات الحرية (υ)

» **درجات الحرية:** هي عبارة عن حجم العينة مطروحاً منها عدد الثوابت الإحصائية الواجب تقديرها.

» وضعت جداول توزيع ستودنت على أساس اتجاه واحد؛ لذلك إذا كانت المسألة من اتجاهين نقسم مستوى الدلالة إلى قسمين متساويين قسم إلى الطرف الأيمن وقسم إلى الطرف الأيسر؛ أما إذا كانت المسألة اتجاه واحد نأخذ مستوى الدلالة كما هو دون تعديل.

» يدرس توزيع ستودنت حالات الاستدلال الإحصائي وبما يخص فقط **الأوساط الحسابية**.

2 – 2 الاستدلال الإحصائي لمجتمع واحد

2 – 2 – 1 التقدير الإحصائي: أي إنشاء حدّا (فترة) ثقة لمتوسط المجتمع بدلالة متوسط العينة

ويتم ذلك وفق العلاقة التالية :

$$\mu = \bar{x} \mp t_{\left(v,\frac{\alpha}{2}\right)} * \grave{\sigma}_{\bar{x}}$$

- درجات الحرّية في هذه الحالة هي عبارة عن حجم العينة مطروحاً منها واحد أي: $(\upsilon = n-1)$
- إذا وقع الوسط الحسابي للمجتمع ضمن حدّا الثقة، نقبل فرضية (H_0)

2 – 2 – 2 اختبار الفرضيات: أي مقارنة متوسط مجتمع مع متوسط عينة

لا تختلف أصول الاختبار في توزيع T عن توزيع Z، إلا أن قيمة T الجدولية تعتمد على درجات حرية قدرها $(\upsilon = n-1)$

2 – 3 الاستدلال الإحصائي لمجتمعين غير مستقلين

هنا نتعامل مع عينة واحدة ولكن قبل وبعد إجراء التجربة (المعالجة أو الإجراء)، وبالتالي فإن:

d : تعني الفرق بين المفردة قبل وبعد الإجراء، أي أن: $(d = x_1 - x_2)$

$\bar{d}$: متوسط الفرق أو التغير ويحسب على النحو التالي: إما: $\bar{d} = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2|$ أو: $\bar{d} = \frac{|\sum d|}{n}$

S_D : الانحراف المعياري للفروق، ويحسب من القانون:

$$S_D = \sqrt{\frac{\sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n}}{n-1}}$$

وأن الخطأ المعياري المقدّر لتوزيع معاينة متوسط الفروق :

$$\grave{\sigma}_{\bar{D}} = \frac{S_D}{\sqrt{n}}$$

إن درجات الحرية لحالة المجتمعين غير المستقلين تحسب على النحو التالي: $(\upsilon = n-1)$

2 – 3 – 1 التقدير الإحصائي: أي إنشاء فترة ثقة لقيمة الفرق بين المتوسطين (فترة ثقة لمتوسط الفرق أو التغير)

$$\mu_1 - \mu_2 = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2| \mp t_{\left(v,\frac{\alpha}{2}\right)} * \grave{\sigma}_{\bar{D}} \quad ؛ \text{ أو } \quad \mu_1 - \mu_2 = \bar{d} \mp t_{\left(v,\frac{\alpha}{2}\right)} * \grave{\sigma}_{\bar{D}}$$

ملاحظة: إذا تضمن حدّا الثقة قيمة الصفر فهذا يعني قبول الفرضية (H_0)

2 – 3 – 2 اختبار الفرضيات: أي مقارنة متوسط بعد مع متوسط قبل

① **صياغة الفرضية:**

العدم : $H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2 \Rightarrow \mu_1 = \mu_2$

البديلة : إما: $H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2 \Rightarrow \mu_1 \neq \mu_2$: أو $H_1 : \bar{x}_1 \prec \bar{x}_2 \Rightarrow \mu_1 \prec \mu_2$: أو $H_1 : \bar{x}_1 \succ \bar{x}_2 \Rightarrow \mu_1 \succ \mu_2$

② **إيجاد قيمة الاختبار الإحصائي:**

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma'_{\bar{D}}} = \frac{|\bar{d}| - 0}{\sigma'_{\bar{D}}}$$

③ **إيجاد قيمة T النظرية:** وذلك عند درجات حرية قدرها $(v = n - 1)$

④ **اتخاذ القرار الإحصائي:** كما مرّ سابقاً.

2 – 4 الاستدلال الإحصائي لمجتمعين مستقلين

2 – 4 – 1 التقدير الإحصائي: أي إنشاء فترة ثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين بدلالة الفرق بين وسطي عينتين

يجب التمييز عند التقدير الإحصائي لمجتمعين مستقلين فيما إذا كان تبايني المجتمعين متساويين أو غير متساويين.

التقدير لمجتمعين مستقلين بافتراض تساوي التباين بينهما $\left(\sigma_1^2 = \sigma_2^2\right)$	التقدير لمجتمعين مستقلين بافتراض عدم تساوي التباين بينهما $\left(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2\right)$
$\mu_1 - \mu_2 = \left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| \mp t_{\left(\upsilon, \frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \sigma'_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$	$\mu_1 - \mu_2 = \left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| \mp t'_{\left(\upsilon', \frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \sigma'_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$

حيث أن $\left(\sigma'_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}\right)$ الخطأ المعياري المقدر لفروق الأوساط الحسابية؛ ولأجل حسابها نميّز:

<u>تبايني المجتمعين المدروسين متساويين</u> $\left(\sigma_1^2 = \sigma_2^2\right)$

$$\sigma'_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\hat{S}^2}{n_1} + \frac{\hat{S}^2}{n_2}}$$

$$\left(\hat{S}^2 = \frac{(n_1 - 1) * S_1^2 + (n_2 - 1) * S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)$$

حيث أن $\hat{S}^2$: التباين المشترك؛ وجذره الانحراف المعياري المشترك.

ودرجات الحرية هي:

$$v = n_1 + n_2 - 2$$

<u>تبايني المجتمعين المدروسين مختلفين</u> $\left(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2\right)$

$$\sigma'_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

ودرجات الحرية هي:

$$v' = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

<u>ملاحظة هامة</u> : إذا تضمن حدّا الثقة الصفر ، فهذا يعني أن الفارق بين الوسطين ليس حقيقياً (قبول H_0).

2 – 4 – 2 اختبار الفرضيات: أي إجراء مقارنة بين متوسط عينتين مستقلتين

① **صياغة الفرضيات:**

فرضية العدم: $H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2 \Rightarrow \mu_1 = \mu_2$

الفرضية البديلة : إما: $H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2 \Rightarrow \mu_1 \neq \mu_2$; أو $H_1 : \bar{x}_1 \prec \bar{x}_2 \Rightarrow \mu_1 \prec \mu_2$; أو $H_1 : \bar{x}_1 \succ \bar{x}_2 \Rightarrow \mu_1 \succ \mu_2$

② **الاختبار الإحصائي:**

إذا كان تبايني المجتمعين متساويين:

$$t = \frac{\left|\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| - (\mu_1 - \mu_2)\right|}{\sigma'_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

إذا كان تبايني المجتمعين مختلفين:

$$t' = \frac{\left|\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| - (\mu_1 - \mu_2)\right|}{\sigma'_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

③ **إيجاد قيمة T الجدولية (الحرجة ، النظرية):** حيث يراعى حسابها بحسب ما إذا كان التباينين متساويين أو غير متساويين.

④ **المقارنة واتخاذ القرار:** كما مرّ سابقاً.

<u>ملاحظات:</u>

① جرت العادة عندما يكون $(n_1 = n_2)$ اعتبار أن تبايني المجتمعين المدروسين متساويين.

② قد تنص فرضية العدم على أن الفرق بين متوسط المجتمع الأول ومتوسط المجتمع الثاني له قيمة ما غير الصفر ولتكن D مثلاً، أي أن $(H_0 : \mu_1 - \mu_2 = D)$، وعليه فإن الفرضية البديلة تنص على أن الفرق بين الوسطين إما أكبر أو أصغر من D (أي أن الاختبار دوما من اتجاه واحد).

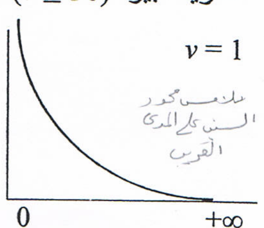
* * *   * * *   * * *

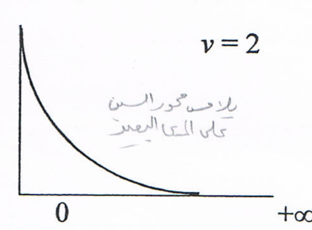
البحث الثالث: توزيع كاي مربع (χ^2)

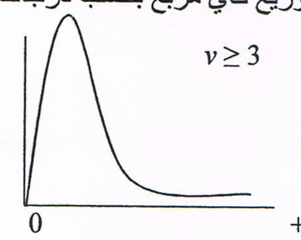
جدول توزيع كاي مربع (χ^2)

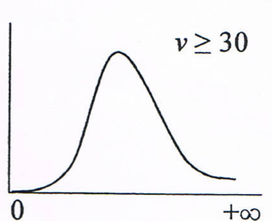
d.f	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$
1	0.00004	0.000157	0.000982	0.00393	3.841	5.024	6.635
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	5.991	7.278	9.219
3	0.0717	0.115	0.216	0.352	7.815	9.348	11.345
4	0.207	0.297	0.848	0.711	9.488	11.143	13.277
5	0.412	0.554	0.831	1.145	11.070	12.832	15.086
6	0.676	0.872	1.237	1.635	12.592	14.449	16.812
7	0.989	1.239	1.690	2.167	14.067	16.013	18.475
8	1.344	1.646	2.180	2.733	15.507	17.535	20.090
9	1.735	2.088	2.700	3.325	16.919	19.023	21.666
10	2.156	2.558	3.247	3.940	18.307	20.483	23.209
11	2.603	3.053	3.816	4.575	19.674	21.920	24.725
12	3.074	3.571	4.404	5.226	21.026	23.337	26.217
13	3.565	4.107	5.009	5.589	22.362	24.736	27.688
14	4.075	4.660	5.629	6.571	23.685	26.119	29.141
15	4.601	5.229	6.262	7.261	24.996	27.488	30.578
16	5.142	5.812	6.908	7.962	26.296	28.845	32.000
17	5.697	6.408	7.564	8.672	27.587	30.191	33.409
18	6.265	7.015	8.231	9.390	28.869	31.526	34.805
19	6.844	7.633	8.907	10.117	30.144	32.852	36.191
20	7.434	8.260	9.591	10.851	31.410	34.170	37.566
21	8.034	8.897	10.283	11.591	32.671	35.479	38.932
22	8.643	9.542	10.982	12.338	33.924	36.781	40.289
23	9.260	10.196	11.689	13.091	35.172	38.076	41.638
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.980
25	10.520	11.524	13.120	14.611	36.652	40.646	44.314
26	11.160	12.198	13.844	15.379	38.885	41.923	45.642
27	11.808	12.879	14.573	16.151	40.113	43.194	46.963
28	12.461	13.565	15.308	16.928	41.337	44.461	48.278
29	13.121	14.256	16.047	17.708	42.557	45.722	49.588
30	13.787	14.953	16.791	18.493	43.773	46.979	50.892

يعتمد توزيع $\left(\chi^2\right)$، مثل توزيع (T)، اعتماداً كاملاً على درجات الحرية؛ وعلى الرغم من ذلك يوجد اختلاف رئيسي بين التوزيعين حيث نجد أن توزيع (T) متماثل حول وسطه الحسابي $(\mu=0)$ بينما يُعتبر توزيع $\left(\chi^2\right)$ توزيعاً ملتوياً جهة اليمين (التواء موجب) وخصوصاً عندما تكون درجات الحرية (υ) صغيرة، حيث أن شكل توزيع $\left(\chi^2\right)$ يشبه شكل الراء المقلوبة عندما تكون درجات الحرية أقل من 2، ثم تأخذ بالالتواء كلما زادت درجات الحرية، ويقترب شكل توزيع $\left(\chi^2\right)$ من شكل التوزيع الطبيعي كلما أصبحت درجات الحرية كبيرة $(\nu \geq 30)$، والأشكال البيانية التالية تعرض شكل توزيع كاي مربع بحسب درجات الحرية:









3 – 1 القيمة النظرية (الحرجة) لمربع كاي:

تختلف طريقة إيجاد قيمة كاي مربع النظرية بحسب قيمة درجات الحرية فيما إذا كانت أقل من 30 أو أكبر من 30

3 – 1 – 1 درجات الحرية (30) درجة على الأكثر $(\upsilon \leq 30)$:

يتم استخراج قيمة $\left(\chi^2\right)$ النظرية من جداول خاصة بها، حيث وضعت هذه الجداول على أساس اتجاه واحد يمين، وعليه إذا كان:

- **الاختبار من اتجاه واحد:**

① يمين: تبقى (α) كما هي ونوجد: $\chi^2_{(\upsilon,\alpha)}$

② يسار: نأخذ متمم (α) ثم نوجد: $\chi^2_{(\upsilon,1-\alpha)}$

- **الاختبار من اتجاهين:**

نقسّم قيمة (α) على 2، ونوجد قيمتين لـ $\left(\chi^2\right)$:

قيمة $\left(\chi^2\right)$ النظرية من اليمين عند $\frac{\alpha}{2}$ أي $\chi^2_{\left(\upsilon,\frac{\alpha}{2}\right)}$

قيمة $\left(\chi^2\right)$ النظرية من اليسار عند $1-\frac{\alpha}{2}$: $\chi^2_{\left(\upsilon,1-\frac{\alpha}{2}\right)}$.

3 – 1 – 2 درجات الحرية أكبر من (30) درجة $(\upsilon > 30)$:

لا نجد قيمة لـ $\left(\chi^2\right)$ في جداولها، وبالتالي لإيجاد قيمة $\left(\chi^2\right)$ الحرجة، فإننا نستخدم العلاقة التي تربط توزيع (Z) بتوزيع $\left(\chi^2\right)$؛ وهذه العلاقة هي:

$$\boxed{Z=\sqrt{2\cdot\chi^2}-\sqrt{2\cdot\upsilon-1}}$$

حيث أن الكمية: $\sqrt{2\cdot\chi^2}$ تتوزع توزعاً قريب من التوزيع الطبيعي بمتوسط $\sqrt{2\cdot\upsilon-1}$ وانحراف معياري $=1$

3 – 2 المواضيع التي يعالجها توزيع كاي مربع:

3 – 2 – 1 الإحصاء المعلمي (الاستدلال الإحصائي عن الانحراف المعياري لمجتمع واحد) عندما يكون $n<30$

3 – 2 – 1 – 1 التقدير الإحصائي للانحراف المعياري (لتباين) المجتمع الإحصائي

3 – 2 – 1 – 2 اختبار الفرضيات

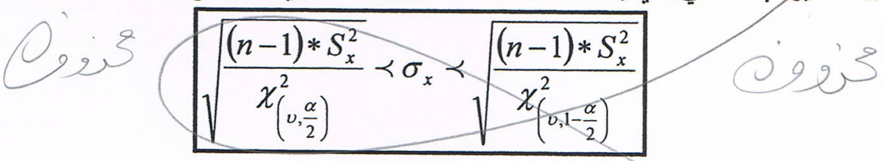
3 – 2 – 2 الإحصاء اللامعلمي

3 – 2 – 2 – 1 جداول الاستقلال واختبار فرضية الاستقلال

3 – 2 – 2 – 2 جداول المطابقة واختبار فرضية حُسن المطابقة

3 – 2 – 1 الإحصاء المعلمي (الاستدلال الإحصائي عن الانحراف المعياري للمجتمع)

3 – 2 – 1 – 1 التقدير الإحصائي: أي إنشاء فترة ثقة للانحراف المعياري للمجتمع بدلالة الانحراف المعياري للعينة



$$\sqrt{\frac{(n-1)*S_x^2}{\chi^2_{\left(\upsilon,\frac{\alpha}{2}\right)}}} \prec \sigma_x \prec \sqrt{\frac{(n-1)*S_x^2}{\chi^2_{\left(\upsilon,1-\frac{\alpha}{2}\right)}}}$$

علماً أن درجات الحرية هي: $\upsilon = n-1$؛

و تباين العينة هو: $S_x^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}$

3 – 2 – 1 – 2 اختبار الفرضيات: أي مقارنة الانحراف المعياري للعينة مع الانحراف المعياري للمجتمع

خطوات إجراء الاختبار:

① **صياغة الفرضيات الإحصائية:**

فرضية العدم : $H_0 : S_x = \sigma_x$

الفرضية البديلة : إما $H_1 : S_x \neq \sigma_x$ أو $H_1 : S_x \succ \sigma_x$ أو $H_1 : S_x \prec \sigma_x$

② **إجراء الاختبار الإحصائي:** ويتم ذلك من خلال إيجاد قيمة $\left(\chi^2_{cal}\right)$ العملية أو المحسوبة، من خلال العلاقة التالية:

$$\chi^2_{cal} = \frac{(n-1)*S_x^2}{\sigma_x^2}$$

③ **تحديد القيمة الجدولية لـ$\left(\chi^2\right)$:** وذلك عند درجات حرية $(\upsilon = n-1)$

④ **اتخاذ القرار الإحصائي:** عن طريق رسم منحنى كاي مربع.

3 – 2 – 2 الإحصاء اللامعلمي

3 – 2 – 2 – 1 جداول الاستقلال واختبار فرضية الاستقلال

تدرس هذه الجداول العلاقة بين ظاهرتين لكل منهما صفتين على الأقل ...،

أنواع جداول الاستقلال : 2×2 ؛ 3×2 ؛ 2×3 ؛ 3×3 ؛ 4×3 ؛ 3×4 ...... $r \times c$ ؛ حيث أن : r سطر ، c : عمود

خطوات إجراء اختبار الاستقلال :

① **صياغة الفرضية:** الفرضية المختبرة هي فرضية الاستقلال: ليس هناك علاقة بين الظاهرة الأولى والظاهرة الثانية.

② **إجراء الاختبار الإحصائي:** ويتم ذلك من خلال إيجاد قيمة $\left(\chi^2_{cal}\right)$ العملية أو المحسوبة، من خلال العلاقة التالية:

$$\chi^2_{cal} = \sum\left[\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}\right]$$

حيث أن:

(O_i) : يمثل التكرار الفعلي (المشاهدة الفعلية) (Observed) ، وتكون معطاة بنص المسألة؛

(E_i) : يمثل التكرار المتوقّع (النظري) (Expected) ، ويتم حسابه من خلال العلاقة التالية:

$$\text{التكرار المتوقع (النظري)} = \frac{\text{مجموع سطر الخلية} \times \text{مجموع عمود الخلية}}{\text{حجم العينة}}$$

③ **إيجاد القيمة الحرجة لـ$\left(\chi^2\right)$:** وذلك عند درجات حرية: $\upsilon = (r-1)(c-1)$ و الاختبار دوماً من اتجاه واحد يمين.

④ **اتخاذ القرار الإحصائي:** إن قاعدة اتخاذ القرار هي:

إذا كانت القيمة المحسوبة لـ$\left(\chi^2\right)$ **أقل من** القيمة الحرجة لـ$\left(\chi^2\right)$ نقبل فرضية الاستقلال، ولا توجد علاقة ذات دلالة إحصائية بين الظاهرتين.

إذا كانت القيمة المحسوبة لـ$\left(\chi^2\right)$ **أكبر من** القيمة الحرجة لـ$\left(\chi^2\right)$ **أو تساويها** فإننا نرفض فرضية الاستقلال، وهناك علاقة ذات دلالة إحصائية بين الظاهرتين.

- **تصحيح ياتس (Yates) – تعديل قيمة مربع كاي:**

- كيفية إجراء تصحيح ياتس: طرح (0.5) من كل تكرار فعلي (O_i) أكبر من التكرار النظري (E_i) المقابل له؛ أو إضافة (0.5) لكل تكرار فعلي (O_i) أقل من التكرار النظري (E_i) المقابل له.

- دستور كاي مربع بعد إجراء التصحيح:

$$\chi^2_{cal} = \sum\left[\frac{(O'_i - E_i)^2}{E_i}\right]$$

- شروط إجراء تصحيح ياتس:

① أن يكون جدول التوافق من المرتبة (2×2)، أي تكون درجات الحرية مساوية إلى $(\upsilon = 1)$

② وجود تكراراً فعلياً واحداً على الأقل تقل قيمته عن (10)

③ أن لا يؤثّر التصحيح على الإشارات الجبرية

④ أن لا يكون هنالك قيماً مدمجة لمربع كاي المحسوبة

⑤ أن يكون حجم العينة أقل من 50

3 – 2 – 2 – 2 جداول المطابقة واختبار فرضية حُسن المطابقة.

تدرس هذه الجداول مطابقة التوزع الفعلي لظاهرة ما لها صفتين على الأقل مع التوزع النظري (المتوقع أو المعتقد به).

أنواع جداول المطابقة: $\{2\times1\,;\,3\times1\,;\,\cdots\cdots\cdots\,;\,r\times1\}$

خطوات إجراء الاختبار:

① **صياغة الفرضية:** وهذه الفرضية هي فرضية (H_0) وتصاغ بحسب نص المسألة

② **إجراء الاختبار الإحصائي:** وذلك بإيجاد قيمة (χ^2_{cal}) العملية أو المحسوبة، وذلك من خلال الدستور التالي:

$$\chi^2_{cal} = \sum\left[\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}\right]$$

وتحسب القيم المتوقعة بالقانون: $E_i = \sum O_i * \overline{P}_i$ ؛

حيث أن $(\overline{P}_i)$ تمثل النسبة التي يتوقع أن تأخذها كل صفة من صفات الظاهرة المدروسة.

③ **إيجاد القيمة الحرجة لـ(χ^2):** وذلك عند درجات حرية قدرها $(\upsilon = r - 1)$ والاختبار دوماً من اتجاه واحد يمين.

عدد الصفات (عدد الأسطر)

④ **اتخاذ القرار الإحصائي:** وفقاً للقاعدة السابقة، بمعنى:

$$\chi^2_{cal} \geq \chi^2_{tab(\upsilon,\alpha)}$$

نرفض فرضية (H_0)، ونقرر بخلاف ما تنص عليه الفرضية.

$$\chi^2_{cal} \prec \chi^2_{tab(\upsilon,\alpha)}$$

نقبل فرضية (H_0)، ونقرر ما تنص عليه الفرضية.

***   ***   ***



البحث الرابع: السلاسل الزمنية

4 – 1 ماهية السلاسل الزمنية والغاية منها:

تُعرَف السلسلة الزمنية بأنها عبارة عن مجموعة من القيم التي تأخذها ظاهرة من الظواهر في سلسلة تواريخ محددة، وغالباً ما تكون الفواصل الزمنية متساوية ومتعاقبة. وإن الغاية من دراسة السلاسل الزمنية هو دراسة التغير في المعطيات الإحصائية عبر الزمن من أجل معرفة تطور الظاهرة لمعرفة اتجاه هذه الظاهرة للتنبؤ بالمستقبل؛ حيث تتم دراسة العلاقة بين ظاهرتين مرتبطتين، الظاهرة الأولى تعبّر عن **الزمن (t)**؛ والظاهرة الثانية تعبّر عن **ظاهرة اقتصادية (y)**؛ حيث تتغير الظاهرة الثانية بتغير الزمن ويتم تمثيلها بشكل ثنائيات ($t ; y_t$)؛ وتتم دراسة الظاهرة خلال الزمن بشكل سنوي أو غير سنوي، بحيث يكون لدينا سلاسل زمنية سنوية أو سلاسل زمنية غير سنوية (موسمية)؛ وتقسّم السلاسل الزمنية بناءاً على المنحنى الرياضي الذي تخضع له إلى قسمين:

A) **سلاسل مستقرّة:** حيث لا يوجد تطور في السلسلة الزمنية مهما تغير الزمن و لا يؤثر عليها أي عامل من العوامل المؤثرة في السلاسل الزمنية.

B) **سلاسل غير مستقرّة:** أي لها حركة تطور بالزيادة أو بالنقصان وهذا ما يسمى باتجاه عام متصاعد أو متنازل، حيث أن الاتجاه العام هو الحركة المستقرّة للظاهرة وبنفس الاتجاه وتتم على فترات زمنية طويلة.

4 – 2 العوامل المكوّنة للسلسلة الزمنية:

إن حدود السلسلة الزمنية تتأثر بعامل واحد على الأقل من العوامل التالية:

① **عامل الاتجاه العام (التحركات طويلة المدى):** حيث يمثّل الاتجاه العام تطور الظاهرة على المدى البعيد ، ويعكس النمو أو الانكماش في المجتمع لظاهرة ما ويرمز له (T) وأسبابه : التزايد السكاني و التقدم التقني.

② **عامل التغيرات الدورية:** لكي تكون الحركة دورية يجب أن تكون الفترة الزمنية بين القمة والقاع أكثر من سنة، وتسمى الفترة الزمنية التي تفصل بين قمتين أو بين قاعين بالدور ، وأسبابها قد تكون معروفة أو غير معروفة ويرمز للتغيرات الدورية بـ (C).

③ **عامل التغيرات الموسمية:** وهي مشابهة للحركة الدورية ولكن تكون بشكل أمواج غير منتظمة ، أي أن الفترة الزمنية بين القمة والقاع أقل من سنة ويرمز لها بـ (S) ، وأسبابها: المناخ وحالة الطقس ، العادات والتقاليد.

④ **عامل التغيرات الفجائية (الطارئة أو العشوائية):** وسببها الحروب والبراكين والزلازل ويرمز لها بـ (I).

4 – 3 تحليل العوامل المؤثرة في السلسلة الزمنية:

أي ظاهرة تتأثر بعامل واحد على الأقل من العوامل السابقة، وبشكل عام إذا كانت الظاهرة تتأثر بجميع العوامل فإنها إما أن تكون:

حاصل جداء العوامل الأربعة : $Y_t = T \times S \times C \times I$ (أو)

حاصل جمع العوامل الأربعة : $Y_t = T + S + C + I$

4 – 3 – 1 تحليل الاتجاه العام

أي استخلاص قيمة الاتجاه العام (T)، ويكون ذلك بتمثيل العلاقة بين الزمن (t) وحدود السلسلة (y_t) بعلاقة رياضية.

حيث أن المعادلة الرياضية التي تربط الزمن بالظاهرة المدروسة تدعى **بمعادلة الاتجاه العام** وتأخذ الشكل التالي :

$$\boxed{\hat{y}_t = a + b \cdot t}$$

حيث أن:

$(\hat{y}_t)$ تمثل القيمة التقديرية (الاتجاهية) للظاهرة المدروسة (y_t)

(a) تمثل قيمة $(\hat{y}_t)$ عند الزمن صفر (t = 0)، حيث نعتبر في دراسة السلاسل الزمنية قيمة الزمن السابق لزمن بداية الدراسة مساوياً للصفر.

(b) تمثل معدّل (مقدار) التغير الحاصل في الظاهرة المدروسة كلما تقدّم الزمن بمقدار وحدة زمنية واحدة. (معامل الانحدار أو ميل المستقيم أو الاتجاه العام)

(t) الزمن: قد يكون (سنة ، نصف سنة ، فصل ، شهر) على حسب المسألة المدروسة.

هناك عدة طرق للكشف عن الاتجاه العام وهي: الرسم البياني الحر ؛ المتوسطات النصفية ؛ الطريقة الرياضية (المربعات الصغرى)

4 – 3 – 1 – 1 طريقة الرسم البياني الحر

تتلخص فكرتها بتمثيل أزواج المشاهدات $(t\,;\,y_t)$ على المحاور الإحداثية، وتمرير خط يمر بأغلبية النقاط، ومن ثم حساب ثوابت المعادلة، كما يلي:

معامل الانحدار (ميل المستقيم) = ظل الزاوية = $\frac{\text{مقابل الزاوية}}{\text{مجاور الزاوية}}$



$$b = \tan\hat{\alpha} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}$$

أما ثابت المعادلة فيحسب من العلاقة :

$$a = y_1 - b \cdot t_1$$

4 – 3 – 1 – 2 طريقة المتوسطات النصفية

نقسم السلسلة إلى قسمين متساويين بحسب هذه الطريقة، ثم نحسب الوسط الحسابي لزمن كل قسم ولقيم الظاهرة في كل قسم؛ ومن ثم نحسب الثوابت وفقاً للعلاقات التالية:

$$b = \frac{\Delta\bar{y}}{\Delta\bar{t}} = \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{\bar{t}_2 - \bar{t}_1}$$

$$a = \bar{y}_1 - b * \bar{t}_1$$

4 – 3 – 1 – 3 الطريقة الرياضية (المربعات الصغرى):

آ) الأسلوب المباشر	ب) أسلوب الانحرافات (غير المباشر)
$b = \frac{n \cdot \sum yt - \sum y \cdot \sum t}{n\sum t^2 - \left(\sum t\right)^2}$	$b = \frac{\sum yt}{\sum t^2}$
$a = \bar{y} - b \cdot \bar{t} = \frac{\sum y - b * \sum t}{n}$	$a = \bar{y} = \frac{\sum y}{n}$
إذا لم تحدد نقطة الأساس فهي النقطة الزمنية السابقة لأول نقطة زمنية في السلسلة.	نقطة الأساس تقع في منتصف السلسلة بالضبط.

➢ **عزل تأثير الاتجاه العام**

يتم عزل تأثير الاتجاه العام بنسبة القيم الفعلية للظاهرة على القيم النظرية (الاتجاهية)؛ وهنا نميّز:

السلاسل الزمنية السنوية: إن عزل تأثير الاتجاه العام في السلاسل السنوية يُنتج الرقم القياسي الدوري أو نسبة تأثير التغيرات الدورية، يعني:

$$\frac{y_t}{T} \times 100 = \frac{y_t}{\hat{y}_t} \times 100 = C \times I$$

السلاسل الزمنية غير السنوية (الموسمية): إن عزل تأثير الاتجاه العام في السلاسل غير السنوية يُظهر تأثير جميع العوامل المؤثرة في السلسلة الزمنية عدا تأثير الاتجاه العام، يعني:

$$\frac{y_t}{T} \times 100 = \frac{y_t}{\hat{y}_t} \times 100 = S \times C \times I$$

***   ***   ***

4 – 3 – 2 تحليل العامل الموسمي

أي حساب قيمة التغيرات الموسمية (S)، ويكون ذلك بإحدى طريقتين، هما: طريقة النسب البسيطة و طريقة النسب إلى القيم الاتجاهية.

4 – 3 – 2 – 1 طريقة النسب البسيطة (طريقة النسب إلى المتوسط العام)

تستخدم هذه الطريقة عندما تكون السلسلة الزمنية غير متأثرة بالاتجاه العام، ولأجل حساب الرقم القياسي الموسمي وفقاً لهذه الطريقة نتبع الخطوات التالية:

① حساب المتوسط العام للظاهرة في السلسلة الشهرية أو الفصلية.

$$\overline{\overline{Y}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} y_{ij}}{n \cdot m}$$

حيث أن:

$i : 1 , 2 , \cdots , n$ تمثل رقم الفصل أو الشهر و (n) عدد الفصول أو الأشهر

$j : 1 , 2 , \cdots , m$ تمثل رقم السنة و (m) عدد سنوات الدراسة

② حساب متوسط الظاهرة لكل فصل في سنوات الدراسة أو لكل شهر في سنوات الدراسة

$$\overline{y}_{i / j=1 \to j=m} = \frac{\sum_{j=1}^{m} y_j}{m}$$

③ حساب الرقم القياسي الموسمي: ويكون ذلك من خلال نسبة متوسط الفصل أو الشهر على المتوسط العام مضروبة بـ 100.

$$S_i = \frac{\overline{y}_i}{\overline{\overline{Y}}} \times 100$$

4 – 3 – 2 – 2 طريقة النسب إلى القيم الاتجاهية

تستخدم هذه الطريقة عندما تكون السلسلة الزمنية متأثرة بالاتجاه العام، ويُحسب الرقم القياسي الموسمي بالعلاقة:

$$S_i = \frac{\left(\sum \frac{y_t}{\hat{y}_t} \times 100\right)_{i/j}}{m}$$

ملاحظة هامة:

يجب أن يكون مجموع الأرقام القياسية الموسمية مساوياً لـ (عدد المواسم × ١٠٠)، بمعنى أنه إذا كانت السلسلة فصلية مكونة من أربعة فصول، فهذه السلسلة مؤلفة من أربع مواسم وبالتالي يجب أن يكون مجموع الأرقام الموسمية يساوي 400%، أما إذا كانت السلسلة شهرية فإنها مؤلفة من 12 شهر أي 12 موسم وبالتالي فإن مجموع الأرقام الموسمية يجب أن يساوي 1200%.

أما إذا كان مجموع الأرقام لا يحقق الشرط آنف الذكر، فإن الأرقام القياسية الموسمية تدعى بالأرقام الخام، ويجب تعديلها أو تصحيحها وذلك بضرب كل رقم خام بالعامل المصحح، حيث أن العامل المصحح هو:

$$\text{معامل التصحيح} = \frac{\text{المجموع النظري}}{\text{المجموع الفعلي}}$$

وبالتالي فإن الرقم الموسمي المعدل يساوي حاصل جداء الرقم الخام بمعامل التصحيح، أي أن:

$$\text{الرقم القياسي الموسمي المعدل} = \text{الرقم القياسي الخام} \times \frac{\text{المجموع النظري}}{\text{المجموع الفعلي}}$$

➢ **استخدامات الرقم القياسي الموسمي**

① يبيّن تأثير الموسم على الظاهرة بحيث يكون له تأثير إيجابي إذا كان: $S \succ 100\%$، ويكون تأثيره سلبياً إذا كان: $S \prec 100\%$
أما إذا كان $S = 100\%$ فلا يوجد تأثير للموسم.

② يُستخدم من أجل التقدير والتنبؤ

③ يُستخدم لعزل تأثير الموسم من الظاهرة.

➢ **عزل تأثير الموسم**

يتم عزل تأثير الموسم بقسمة قيمة الظاهرة (y_i) على الرقم القياسي الموسمي المقابل لها (S_i) والضرب بـ (100) كالتالي:

$$\frac{y_i}{S_i} \times 100$$

➢ **عزل تأثير الاتجاه العام والموسم (الرقم القياسي الدوري):**

يتم إيجاد الرقم القياسي الدوري لسلاسل الزمنية الموسمية من خلال نسبة القيمة المخلصة من أثر الاتجاه العام على الرقم القياسي الموسمي أو من خلال نسبة القيمة المخلصة من أثر الموسم على القيمة الاتجاهية يعني:

$$C * I = \frac{\left(\frac{y}{T} \times 100\right)}{S} \times 100$$

$$C * I = \frac{\left(\frac{y}{S} \times 100\right)}{T} \times 100$$

4 – 4 تحويل معادلة الاتجاه العام من الأساس السنوي إلى الأساس الشهري أو الفصلي

4 – 4 – 1 تحويل معادلة الاتجاه العام إلى الأساس الشهري: اذا لم تذكر البيانات فهي مجاميع

– إذا كانت البيانات عبارة عن مجاميع شهرية فإن: $b_m = \frac{b_y}{144} \quad ; \quad a_m = \frac{a_y}{12} + 6 \cdot b_m$

– إذا كانت البيانات عبارة عن متوسطات شهرية فإن: $b_m = \frac{b_{\bar{y}}}{12} \quad ; \quad a_m = a_{\bar{y}} + 6 \cdot b_m$

محذوف

4 – 4 – 2 تحويل معادلة الاتجاه العام إلى الأساس الفصلي:

– إذا كانت البيانات عبارة عن مجاميع فصلية فإن: $b_S = \frac{b_y}{16} \quad ; \quad a_S = \frac{a_y}{4} + 2 \cdot b_S$

– إذا كانت البيانات عبارة عن متوسطات فصلية فإن: $b_S = \frac{b_{\bar{y}}}{4} \quad ; \quad a_S = a_{\bar{y}} + 2 \cdot b_S$

*** *** ***

مثال 1: من مجتمع إحصائي مؤلف من 2000 خاروف، كان من المرغوب به تقدير وسطي وزن الخاروف ، فما هو حجم العينة العشوائية الواجب سحبها من المجتمع إذا علمت أن تباين الأوزان في المجتمع 600 وأن الحد الأقصى للخطأ المسموح بارتكابه 5 كغ عند احتمال دقة 99.73% ؟

مثال 2: كان من المرغوب به تقدير الانحراف المعياري للعمر الإنتاجي لجميع المصابيح الكهربائية المنتجة في إحدى المعامل ؛ فما هو حجم العينة الواجب سحبها عشوائياً من المصابيح المنتجة بحيث لا يختلف الانحراف المعياري الحقيقي لعمر جميع المصابيح عن الانحراف المعياري لعمر المصباح في العينة والبالغ 100 ساعة بأكثر من 5% وذلك باحتمال 95.5% ؟

مثال 3: لقد رغب أحد الباحثين الاجتماعيين دراسة نسبة الأسر المستأجرة في حي من أحياء مدينة دمشق ، حيث كان يقطن 4000 أسرة، وكان من المعلوم من دراسات سابقة بأن نسبة المستأجرين مساوية لـ 45% ، فما هو حجم العينة العشوائية الواجب سحبها من ذلك الحي لتقدير النسبة الحقيقية للمستأجرين بحيث لا يزيد الحد الأقصى للخطأ المرتكب 4% وذلك باحتمال 95.5% ؟

مثال 4: رغبت وزارة الصناعة في معرفة متوسط عمر العمال في صناعة ما، وكان لديها معلومات تفيد بأن العمّال يبدأون العمل في الثامنة عشرة من العمر ويحالون على التقاعد في الستين منه، فما هو حجم العينة العشوائية الواجب سحبها لتقدير هذا المتوسط على أن لا يزيد الخطأ في التقدير عن 1.5 سنة ولا يقل احتمال الدقة عن 95.5% ؟

مثال 5: لقد كان من المرغوب به دراسة حالة الادخار لتحديد النسبة المئوية للأسر التي تودع مدخراتها في المصارف ، فما هو حجم العينة الواجب سحبها عشوائياً لتعطي باحتمال 95.5% النسبة المئوية الحقيقية للأسر المدخرة على ألا يزيد الخطأ في التقدير عن 5% ؟

مثال 6: لقد كان من المرغوب به تحديد نسبة العمال حملة الأجازة الجامعية في الصناعات الكيميائية ؛ وقد قدرت هذه النسبة بين 12% و 22%؛ فما هو حجم العينة الواجب سحبها عشوائياً من أجل تقدير تلك النسبة على أن لا يزيد الخطأ في التقدير عن 5% ولا يقل احتمال الدقة عن 95% ؟

مثال 7: سُحبت عينة عشوائية مؤلفة من 144 عامل من الصناعات الكيميائية فوجد أن متوسط أجر العامل 10000 ل.س بانحراف معياري 450 ل.س ونسبة العمال حملة الشهادة الثانوية 30% ؛ وبعد فترة زمنية قصيرة ، رغب القائمون على هذه الدراسة في تحديد النسبة المئوية الحقيقية للعمال المصابين بأمراض تنفسية في تلك الصناعات ، و كان معلوماً لديهم من دراسات سابقة بأن هذه النسبة لا تقل عن 6% ولا تزيد عن 10%؛ فهل كان حجم العينة العشوائية المسحوبة أعلاه كافياً لتقدير النسبة المئوية الحقيقية للعمال المصابين بأمراض تنفسية ، شرط أن لا يزيد الخطأ في التقدير عن 4.5% وذلك لجميع الحالات العملية؟

مثال 8: بُغية تقدير متوسط إنفاق الطالب اليومي في كلية الاقتصاد تم سحب عينة عشوائية مؤلفة من 400 طالب فوجد أن متوسط إنفاقهم اليومي 500 ليرة بانحراف معياري 150 ليرة ، والمطلوب: أوجد حدا ثقة لمتوسط إنفاق جميع طلاب كلية الاقتصاد وذلك باحتمال 95.5% ؟

مثال 9: إذا كان الانحراف المعياري للعمر الإنتاجي لعينة عشوائية من 200 مصباح كهربائي يساوي 100 ساعة ، فما هو الحد الأقصى و الحد الأدنى للانحراف المعياري لجميع المصابيح الكهربائية عند احتمال 99.73% ؟

مثال 10: رغب أحد الباحثين الاجتماعيين تقدير نسبة الأسر التي يزيد عدد أفرادها عن 5 أفراد وذلك بريف دمشق ، فقام بسحب عينة عشوائية مؤلفة من 900 أسرة من أسر ريف دمشق ، فوجد أن نسبة الأسر التي يزيد عدد أفرادها عن 5 أفراد هو (45%) ، والمطلوب : قدّر باحتمال 90% نسبة جميع أسر الريف الذين يزيد عدد أفرادهم عن 5 أفراد ؟

مثال 11: أخذت عينة عشوائية من 150 مصباح من الصنف A، فكان متوسط عمرها الإنتاجي 1400 ساعة، وانحرافها المعياري 120 ساعة، كما أخذت عينة عشوائية أخرى من 100 مصباح من الصنف B، فوجد أن متوسط عمرها الإنتاجي 1200 ساعة وانحرافها المعياري 80 ساعة، والمطلوب:

1- أوجد ضمن درجة ثقة 95.5% قيمة الفرق بين متوسط العمر الإنتاجي لكلا الصنفين من المصابيح ؟

2 - أحسب باحتمال قدره 99% حدود الثقة للفرق بين الانحرافين المعياريين للعمر الإنتاجي لكلا الصنفين من المصابيح؟

مثال 12: تبين من تعداد عام للسكان أجري في إحدى الدول العربية أن متوسط عمر المرأة عند الزواج يبلغ 25 عاماً والانحراف المعياري 4 أعوام، وبعد فترة وجيزة من إنجاز التعداد رغبت إحدى الدوائر المختصة دراسة أثر المستوى التعليمي للمرأة في تحديد النسل فقامت بسحب عينة عشوائية من 144 امرأة متزوجة، فتبين أن متوسط عمر المرأة عند الزواج يبلغ 24.5 عام والانحراف المعياري 3 أعوام وأن نسبة النساء حملة الشهادة الثانوية وما بعدها تعادل 18%؛ المطلوب:

1- قدر باحتمال 99% نسبة النساء حملة الشهادة الثانوية وما بعدها ؟

2- لقد كان من المرغوب به دراسة نسبة النساء المتزوجات العاملات ، وقد قدرت هذه النسبة نتيجة خبرة سابقة بأنها لا تقل عن 26% و لا تزيد عن 34% ، فهل تعتقد أن حجم العينة المسحوبة أعلاه كان كافياً لتقدير النسبة الحقيقية للنساء المتزوجات العاملات على أن لا يزيد الخطأ في التقدير عن 4% و لا يقل احتمال الدقة عن 95.5% ؟

3- سحبت عينة عشوائية أخرى حجمها 100 امرأة من بلد عربي ثانٍ فتبين أن متوسط عمر النساء عند الزواج يبلغ 22 عاماً والانحراف المعياري 2.5 عام وأن نسبة النساء حملة الشهادة الثانوية وما بعدها 13% ؛ المطلوب: قدر باحتمال 95% قيمة الفارق الحقيقي في نسبة النساء حملة الشهادة الثانوية وما بعدها في البلدين ؟

مثال 13: في معمل (A) لإنتاج المصابيح الكهربائية، كان متوسط عمر المصباح (1500) ساعة وبانحراف معياري (250) ساعة؛ بينما في المعمل (B) كان متوسط عمر المصباح (1300) ساعة وبانحراف معياري (125) ساعة؛ فإذا سحبنا عينة عشوائية من كل معمل بحجم (125) مصباح ؛ فما هو احتمال أن يكون متوسط عمر المصباح في المعمل (A) أكبر منه في المعمل (B) على الأقل (150) ساعة ؟

مثال 14: كان من المعلوم من دراسات سابقة أن متوسط الأجر الشهري لعمال إحدى الصناعات في بلد ما مساوياً لـ 2500 ل.س وبانحراف معياري يساوي 200 ل.س، وكان اهتمام القائمين في هذه الصناعة معرفة متوسط نفقات العمال على السكن لكي يتخذوا قراراً عما إذا كان بإمكان هؤلاء العمال من تسديد الأقساط الشهرية ؛ في حال تم توفير بيوت سكنية لهم، وللتأكد سحبت عينة من 100 عامل فوجد أن متوسط أجر العامل الشهري يساوي 2400 ل.س؛

والمطلوب:

-1- هل تعتقد باحتمال 95% أن العينة المسحوبة تمثّل مجتمعها أصدق تمثيل؟

-2- ما هي القيمة التي اختبرت حولها التابع الإحصائي موضوع الطلب السابق ، وماذا تمثل ؟

مثال 15: تبين من دراسة شاملة أجرتها إحدى المكاتب الإحصائية في بلد ما أن نسبة الأسر التي يقل عدد أفرادها عن 4 أشخاص يساوي 25% وبعد فترة وجيزة من إجراء الدراسة رغب مسؤول المكتب أن يحدد متوسط إنفاق الأسر على الغذاء فأخذت عينة بحجم 200 أسرة فوجد أن عدد الأسر التي يقل عدد أفرادها عن 4 أشخاص يساوي 40 أسرة ومتوسط إنفاق الأسر 15 ألف وحدة نقدية بتباين 5 .

المطلوب: -1- هل تعتقد أن العينة المسحوبة تقدم معطيات صحيحة تسمح بإجراء الدراسة برر عند مستوى دلالة 10% ؟

-2- ما هي القيمة المختبر حولها في الطلب السابق ، وماذا تمثل ؟

مثال 16: كان الاعتقاد السائد لدى المسؤولين في إحدى الصناعات أن متوسط الأجر الشهري للعامل يبلغ 15000 ل.س بانحراف معياري 450 ل.س وللتأكد سحبت عينة عشوائية من 81 عامل فوجد أن متوسط الأجر الشهري يبلغ 14950 ل.س بانحراف معياري 440 ل.س .

والمطلوب:

-1- هل اعتقاد المسؤولين كان صحيحاً ؛ برر إجابتك إحصائياً ؟

-2- ماذا تمثل القيمة المختبر حولها في الطلب السابق ؟

مثال 17: يعتقد أحد المسؤولين في وزارة العمل أن نسبة المتعلمين في إحدى الصناعات الخاصة تقل عن 20% ، وللتأكد من ذلك سحبت عينة عشوائية مؤلفة من 100 عامل فوجد أن نسبة المتعلمين 12%؛ والمطلوب: هل اعتقاد المسؤول صحيح ؟

مثال 18: قامت إحدى مؤسسات صناعة السيارات بإنتاج نوع معين من السيارات السياحية الصغيرة وأعلنت أن متوسط استهلاك هذا النوع من السيارات بصفيحة البنزين الواحدة يكفي لقطع 320 كيلو متر على الأقل ؛ ولهذه الغاية ، أخذت عينة عشوائية من 64 سيارة من هذا النوع واختبرت على طريق دمشق – حلب، فبلغ متوسط استهلاك السيارة الواحدة 301 كيلو متراً بصفيحة البنزين بانحراف معياري 76 كيلو متر.

المطلوب: هل أن إعلان المؤسسة كان إعلاناً صحيحاً ، عند احتمال 5% ؟

مثال 19: ترغب وزارة الصحة بشراء دواء ما واشترطت أن تكون المادة الفعالة مضبوطة عند 5.84 كانحراف معياري، ورد للوزارة شحنة من هذا الدواء ، سحبت عينة عشوائية من 36 كبسولة فوجد أن الانحراف المعياري يساوي 5؛ فهل هذه الشحنة مطابقة للمواصفات ؟ برر إجابتك إحصائياً ؟

مثال 20: في دراسة حول متوسط الأجر الشهري لعمال إحدى الصناعات ؛ قام أحد الباحثين بأخذ عينة عشوائية من (64) عامل من معملٍ تابعٍ لتلك الصناعة، فوجد أن متوسط الأجر الشهري للعامل يساوي (12200) ل.س وبانحراف معياري قدره (1700) ل.س ، ثم قام بسحب عينة عشوائية أخرى من (36) عامل من معملٍ آخر تابع للصناعة نفسها ، فوجد أن متوسط الأجر الشهري للعامل فيها مساوٍ لـ (11300) ل.س وبانحراف معياري قدره (1400) ل.س، المطلوب:

-1- هل تعتقد باحتمال 99% أن هناك اختلافاً حقيقياً بين متوسط أجور العمال في كلا المعملين ؟

-2- هل تعتقد باحتمال 95% بأن هناك تماثلاً في الأجر الشهري لعمال المعمل الأول والمعمل الآخر ؟

-3- ما هي القيمة التي اختبرت حولها التوابع الإحصائية موضوع الطلبين السابقين ؛ وماذا تمثّل ؟

مثال 21: تبيّن من دراسة شاملة أجريت على كافة عمال إحدى الصناعات في سورية أن متوسط الأجر الشهري للعامل الواحد في هذه الصناعة يبلغ (3600) ليرة سورية والانحراف المعياري (208) ليرة سورية ؛ وقد رغبت وزارة العمل بعد فترة من إجراء الدراسة السابقة معرفة نسبة العمّال الأميين في هذه الصناعة فقامت بسحب عينتين ؛ الأولى من عمال دمشق والثانية من عمال حلب فحصلت على المعلومات الآتية:

العينة	حجم العينة	متوسط الأجر الشهري	الانحراف المعياري	نسبة العمال الأميين
دمشق	169 عامل	3576 ل.س	100 ل.س	8%
حلب	169 عامل	3504 ل.س	110 ل.س	17%

المطلوب:

-1- هل تمثل هذه العينات أصدق تمثيل المجتمع الإحصائي الذي سحبت منه إذا كان مستوى الدلالة المعتمد 5% ؟

-2- أوجد باحتمال 99% نسبة العمال الأميين في هذه الصناعة اعتماداً على المعلومات التي حصلت عليها من عينة دمشق أولاً ثم من عينة حلب ؟ لا نستطيع التقدير من عينة حلب لأن عينة حلب غير عشوائية

-3- دع جانباً النتائج التي حصلت عليها سابقاً ؛ فهل تعتقد أن نسبة العمال الأميين في مدينة دمشق مختلفة جوهرياً عن نسبة العمال الأميين في مدينة حلب ، مستخدماً مستوى دلالة 10% ؟

-4- ما هي القيمة المختبر حولها موضوع الطلب السابق ، وماذا تمثل ؟

مثال 22: قرر أحد المصارف أن حجم أعماله يدعو لإغلاق فرعه في الضاحية الشمالية من المدينة إذا كانت نسبة المتعاملين مع هذا الفرع تقل عن 20% من مودعيه وفي سبيل التحقق من ذلك سحبت عينة عشوائية من 100 مودع فتبين أن 16 مودعاً فقط يتعاملون مع هذا الفرع ؛ P = 16

والمطلوب:

1- ما احتمال سحب عينة عشوائية مؤلفة من 100 مودع حيث 16 منهم أو أقل يتعاملون مع هذا الفرع من مجتمع إحصائي يحتوي بالضبط على 20% من مودعي هذا الفرع ؟ وماذا يعني هذا الاحتمال على وجه الدقة ؟

2- لقد قرر هذا المصرف إغلاق هذا الفرع ، فهل كان على حق في قراره ؟ برر إجابتك إحصائياً .

3- حدد آثار ونتائج الوقوع بخطأ من النوع الأول وبخطأ من النوع الثاني وحدد على المنحني الطبيعي منطقة رفض فرضية العدم ؟

4- سحبت عينة عشوائية أخرى من نفس الحجم من مودعي هذا المصرف فتبين أن 24% منهم يتعاملون مع فرع المصرف في الضاحية الجنوبية من المدينة ، فهل تعتقد أن هناك اختلافاً حقيقياً بين نسبة المتعاملين مع هذا الفرع ونسبة المتعاملين مع الفرع الآخر إذا كان مستوى الدلالة 5% ؟

5- لقد كان من المرغوب به أيضاً دراسة حالة الادخار لتحديد النسبة المئوية للأسر التي تودع مدخراتها في المصارف ، فما هو حجم العينة الواجب سحبها عشوائياً لتعطي باحتمال 95.5% النسبة المئوية الحقيقية للأسر المدخرة على ألا يزيد الخطأ في التقدير عن 5% ؟

مثال 23: رغبت إحدى المؤسسات التي تسوّق مواد البناء في مناخ تنافسي حاد استيراد كميّات كبيرة من القضبان الحديدية المُستخدمة في تسليح الأبنية وقد اشترطت تلك المؤسسة أن لا يقل متوسط مقاومة تلك القضبان عن 3050 كغ/سم^3 وقررت دفع مكافأة للشركة التي يكون إنتاجها أفضل بصورة حقيقية من المواصفات المطلوبة وقد ورد إليها ثلاث شحنات أُخذت من كلٍ منها عينة عشوائية حجمها 100 قضيب فأعطت نتائجها الآتي :

العينة	متوسط المقاومة	الانحراف المعياري
A	2950	250
B	3000	300
C	3150	250

والمطلوب :

1- ما القرار الواجب اتخاذه من أجل كل شحنة عند احتمال 95.5% ؟

2- هل تعتقد أن هناك اختلافاً حقيقياً بين متوسط مقاومة القضبان الحديدية في الشحنة الثانية والثالثة؟

3- هل تعتقد أن هناك تماثلاً في مقاومة قضبان الشحنة الأولى والثانية ؟

4- لماذا يختلف توزيع المعاينة في الطلب (1) عنه في الطلبات (2) و (3) ؟

5- بفرض أن متوسط مقاومة القضبان الحديدية المنتجة في الشحنة الثانية خاضع للتوزيع الطبيعي، المطلوب:

A. ما هو حجم القضبان التي يتراوح متوسط مقاومتها بين 2400 و 2700 كغ/سم^3 ؟

B. ما هي نسبة القضبان الحديدية التي يزيد متوسط مقاومتها عن 3600 كغ/سم^3؟

6- لقد كان من المرغوب به بالنسبة لإنتاج الشحنة الثالثة تحديد نسبة القضبان ذات المقاومة الأقل في إنتاجها الكلي وقد قدّرت نتيجة خبرة سابقة أن هذه النسبة لن تقل عن 1% ولن تزيد عن 2% فهل تعتقد أن حجم العينة المسحوبة أعلاه كافٍ لتقدير النسبة الحقيقية للقضبان ذات المقاومة الأقل على أن لا يزيد الخطأ في التقدير عن 2% ولا يقل احتمال الدقة عن 95% ؟

مثال 24: بيّنت الدراسات الشاملة التي أجرتها وزارة الصناعة في الصناعات التابعة لها، أن متوسط الأجر الشهري للعامل الواحد يبلغ 3300 ل.س وبانحراف معياري 700 ل.س، وللتأكد من ذلك سحبت عينتين عمال الصناعات التابعة لها، فأعطت الآتي:

$n_1 = 100$, $\overline{X}_1 = 3200$, $S_1 = 750$, $n_2 = 100$, $\overline{X}_2 3170$, $S_2^2 = 810$

المطلوب:

① أيُّ العينتين تمثل المجتمع الإحصائي الذي سحبت منه أصدق تمثيل، مدعّماً رأيك بالحسابات اللازمة؟

② في ضوء نتائج العينة (1):

A. قدّر باحتمال 95.5% متوسط الأجر الشهري للعامل في تلك الصناعات؟

B. أوجد نسبة العمّال الذين يقل أجرهم الشهري عن 1700 ل.س؟

C. أوجد عدد العمال الذين يتراوح أجرهم الشهري بين 1470 و 3950 ل.س ؟

③ هل تعتقد أن هناك تماثلاً في التوزيعات التكرارية لأجور العمال لهاتين الصناعتين، ثم بيّن القيمة المختبر حولها وماذا تمثل؟

④ لقد كان من المرغوب فيه تحديد النسبة الحقيقية للعمال الأميين في الصناعة (2)، وقد قدّرت هذه النسبة بناءً على خبرات سابقة بأنها لا تتجاوز 10%، فهل كان حجم العينة المسحوب أعلاه كافياً لتقدير النسبة الحقيقية للعمال الأميين، على أن لا يزيد الخطأ في التقدير عن 4% ولكل الحالات العملية.

مثال 25: ترغب إحدى المؤسسات التجارية شراء شحنة كبيرة من المصابيح الكهربائية ، وقد اشترطت أن لا يقل متوسط مدة إضاءة المصباح عن (2500) ساعة وبانحراف معياري (120) ساعة، وعلى العكس تتعهد المؤسسة بدفع مكافأة للشركة التي يكون إنتاجها أفضل بصورة حقيقية من المواصفات المطلوبة، وقد ورد إليها شحنتين من شركتين منتجتين للمصابيح، أخذ من كل شحنة عينة عشوائية من حجم (100) مصباح وتم اختبارها، فأعطت النتائج الآتية : ساعة $\overline{x}_1 = 2650$ ؛ ساعة $s_1 = 100$ ؛ ساعة $\overline{x}_2 = 2488$ ؛ ساعة $s_2 = 120$ ،

ولقد كان من المرغوب فيه تقدير نسبة القطع الرديئة في الإنتاج الكلي للشركة الثانية، وقد قدرت نتيجة خبرة سابقة، أن هذه النسبة تتراوح بين 2% و 4%، وأن الخطأ في التقدير لا يزيد عن 4%، وذلك باحتمال 95.45%؛ **المطلوب:**

-1- ما هو القرار الواجب اتخاذه بخصوص كل شحنة من الشحنتين الآنفتين الذكر:

A- تقبل الفرضية H_0 وتقبل الشحنة الأولى ولا تدفع للشركة المنتجة أي مكافأة بالرغم من أن مواصفاتها أفضل بصورة حقيقية من المطلوبة؛

B- تقبل الفرضية H_0 وتقبل الشحنة الأولى وتدفع للشركة المنتجة مكافأة لأن مواصفاتها أفضل بصورة حقيقية من المطلوبة؛

C- تقبل الفرضية H_0 وتقبل الشحنة الثانية ولا تدفع للشركة المنتجة أي مكافأة لأن مواصفاتها ليست أفضل بصورة حقيقية من المطلوبة؛

D- (C+B) ؛ E- غير ذلك.

-2- هل هناك اختلافاً حقيقياً بين متوسط مدة إضاءة المصابيح المنتجة في هاتين الشركتين:

A- نعم، لأن إحدى العينتين غير عشوائية ؛ B- نعم، لرفضنا الفرضية H_0 والمجتمعين الإحصائيين مختلفين بثوابتهما؛

C- لا، لقبولنا الفرضية H_0 ولا يوجد اختلاف حقيقي، لأن قيمة الاختبار المحسوبة أقل من قيمته النظرية المقابلة لأي مستوى دلالة؛

D- نعم، لرفضنا الفرضية H_1 ؛ E- غير ذلك.

-3- إن الحد الأقصى لمتوسط مدة إضاءة المصابيح المنتجة من قبل الشركة الأولى باحتمال 95.5% هو: A- 2630 ؛ B- 2680 ؛ C- 2670 ؛ D- 2760 ؛ E- غير ذلك.

-4- تمثل القيمة المختبر حولها في (2): A- قيمة الثابت الإحصائي المساوي لـ (2500) ساعة ؛ B- قيمة الفروق بين التوابع الإحصائية والمساوية لـ (162) ساعة؛ C- توزيع معاينة الفروق بين التوابع الإحصائية التي تتوزع توزعاً طبيعياً حول وسط الحسابي يساوي الصفر ؛ D- توزيع معاينة التابع الإحصائي الذي يتوزع توزعاً طبيعياً حول وسط حسابي يساوي قيمة الثابت الإحصائي المقابل له.

-5- إن قيمة الخطأ المعياري لفروق أوساط إضاءة المصابيح من إنتاج هاتين الشركتين هو: A- 10.37 ؛ B- 12.5 ؛ C- 5.03 ؛ D- 15.62 ؛ E- غير ذلك.

-6- إن شكل توزيع المصابيح الكهربائية من إنتاج الشركة الأولى يختلف عنه في إنتاج الشركة الثانية، لأن:

A- الفرضية H_0 مقبولة و $Z = 1.81$ ؛ B- الفرضية H_1 مرفوضة ؛ C- هناك تماثل في إضاءة المصابيح المنتجة في هاتين الشركتين والفرضية H_0 مقبولة و $Z = 1.81$ ؛ D- (C + A).

-7- بفرض أن مدة إضاءة المصابيح المنتجة في الشركة الأولى خاضعة للتوزيع الطبيعي، فإن عدد المصابيح التي تتراوح مدة إضاءتها بين (2450 و 2550) ساعة، هو : A- 14 مصباح ؛ B- 34 مصباح ؛ C- 82 مصباح ؛ D- 27 مصباح.

-8- إن حجم العينة الواجب سحبها عشوائياً لتقدير نسبة القطع الرديئة في الإنتاج الكلي للشركة الثانية، كان:

A- كافياً ، لأن (مصباح $100 \succ n = 178$) ؛ B- 96 مصباح ؛ C- كافياً، لأن (مصباح $100 \succ n = 184$) ؛

D- غير كافٍ، لأن (مصباح $100 \prec n = 96$) ؛ E- غير ذلك.

الأستاذ محمد شحيبر 0933 / 525660

مثال 26: إذا كانت الإنتاجية اليومية لعينة عشوائية مؤلفة من 7 عمّال كالتالي:

العامل	1	2	3	4	5	6	7
الإنتاجية (بالقطعة)	14	14	10	11	16	9	10

المطلوب: حساب فترة ثقة قدرها 95% لمتوسط الإنتاجية اليومية لجميع عمال هذا المصنع ؟

مثال 27: تنتج إحدى شركات الأدوية مستحضراً دوائياً جديداً؛ حيث تحتوي كل مضغوطة منه على 10 ملغ بالمتوسط من المادة الفعالة؛ قررت وزارة الصحة أنها ستعفي الشركة من الرقابة الصحية (وذلك لتشجيعها على الإنتاج الجيد)؛ إذا كان هناك ما يؤكد أن متوسط المادة الفعالة في المضغوطة الواحدة تزيد عن 10 ملغ وبشكل جوهري؛ أما إذا كان متوسط المادة الفعالة أقل أو تساوي 10 ملغ؛ فلن تعفى الشركة من هذه الرقابة، تم سحب عينة عشوائية مؤلفة من 15 مضغوطة من إنتاج المستحضر الجديد فوجد أن متوسط المادة الفعالة يساوي 10.42 ملغ بانحراف معياري يساوي 1.53 ملغ؛ المطلوب: هل سيتم تشجيع الشركة على الإنتاج الجيد وإعفاؤها من الرقابة الصحية $(\alpha = 5\%)$؟

مثال 28: تنتج إحدى الآلات الوطنية نوعاً من المسامير بطول 3 سم وبعد فترة زمنية معينة، اعتقد مدير الإنتاج بأن هذه الآلة لم تعد تعمل كما يجب وأن متوسط أطوال المسامير لم يعد كما السابق، ولمعرفة مدى صحة هذا الاعتقاد سحبت عينة عشوائية حجمها 23 مسمار فوجد أن متوسط أطوالها 2.9 سم والانحراف المعياري المتحيز 0.25 سم، والمطلوب:

① هل تؤدي هذه البيانات إلى تأييد رأي مدير الإنتاج، استخدم مستوى دلالة 5% ؟
② أوجد حدّا الثقة لمتوسط أطوال المسامير الحقيقي في كل إنتاج الآلة لـ 95% من الحالات؛ وماذا تستنتج ؟

مثال 29: بغية دراسة أثر منح المكافآت للعمال على إنتاجيتهم ، سحبت عينة عشوائية مؤلفة من ستة عمال ودُرست إنتاجيتهم قبل منح المكافأة، ثم منحت مكافأة ودرست إنتاجيتهم فحصلنا على النتائج التالية:

العامل	1	2	3	4	5	6
إنتاجية العامل بالقطعة قبل المكافأة	40	42	35	28	30	35
إنتاجية العامل بالقطعة بعد المكافأة	55	50	45	42	28	20

المطلوب: أوجد باحتمال 90% فترة ثقة للفارق الحقيقي في إنتاجية العمال قبل وبعد منح المكافأة ؟ وماذا تستنتج ؟

مثال 30: **استناداً لبيانات المثال السابق،** هل تعتقد أن إنتاجية العمال قد تحسّنت عما كانت عليه؛ استخدم مستوى دلالة 5% ؟

مثال 31: أراد مدير الأفراد في أحد المصانع أن يحدد باحتمال 90% قيمة الفارق الحقيقي لمعدل الأجازات السنوية للعمال عن معدل الأجازات السنوية للعاملات، لذلك تم سحب عينتين مستقلتين من سجلات عام 2006، العينة الأولى مؤلفة من سجلات 12 عاملاً، وجد أن معدل أجازاتهم السنوية 85 يوم وبتباين 16 يوم، والعينة الثانية مؤلفة من سجلات 10 عاملات، وجد أن معدل أجازاتهم السنوية 81 يوم وبانحراف معياري 5 أيام، وبفرض أن التباينين في المجتمعين المدروسين متساويين؛ أوجد قيمة الفارق الحقيقي في المجتمعين المدروسين؟

مثال 32: تم قياس مستوى السكر في الدم لمجموعتين مريضتين بداء السكري: المجموعة الأولى عددها 10 مرضى؛ يعانون من السكري المعتمد على الأنسولين، والمجموعة الثانية عددها 20 مريضاً يعانون من السكري غير المعتمد على الأنسولين. وجد من المجموعة الأولى أن متوسط السكر لديهم يساوي 310 ملغ بانحراف معياري 165 ملغ، ومن المجموعة الثانية وجد أن متوسط السكر لديهم 235 ملغ بانحراف معياري 100 ملغ، بفرض أن التجانس بين المجتمعين غير متساوٍ. أحسب فترة الثقة للفارق الحقيقي في متوسط السكر للنوعين (المعتمد على الأنسولين وغير المعتمد على الأنسولين) وذلك باحتمال 99%.

مثال 33: أريد اختبار فترة صلاحية نوعين من دواء السعال الخاص بالأطفال، نوع A تنتجه الشركات الوطنية ونوع B تنتجه الشركات الفرنسية، أخذت عينة عشوائية من 16 عبوة من إنتاج الشركات الوطنية، و 10 عبوات من إنتاج الشركات الفرنسية فوجد ما يلي: (بعد وضع العبوات جميعاً الوطنية والفرنسية في ظروف حرارية عالية ولفترة طويلة) متوسط فترة صلاحية النوع (A) 910 ساعة بانحراف معياري 8 ساعات ومتوسط فترة صلاحية النوع (B) 925 ساعة بانحراف معياري 15 ساعة، فإذا علمت أن التباينين في المجتمعين المدروسين متساويين $\left(\sigma_1^2 = \sigma_2^2\right)$؛ هل فترة صلاحية دواء السعال المنتج من قبل الشركات الفرنسية أطول من فترة صلاحية الدواء المنتج من الشركات الوطنية وذلك عند $\alpha = 1\%$.

مثال 34: أخذت عينة عشوائية مؤلفة من 15 بطارية مستوردة إنكليزية وجد منها أن متوسط ساعات العمل 258 ساعة عمل متواصلة، بانحراف معياري 19.3 ساعة كما أخذت عينة عشوائية أخرى من 11 بطارية فرنسية وجد منها أن متوسط ساعات العمل 202 ساعة بانحراف معياري 14 ساعة وبسبب أن الأسعار مرتفعة للبطاريات الإنكليزية فقد تقرر استيراد البطاريات الفرنسية إلا إذا كان متوسط عمل البطاريات الإنكليزية يزيد بشكل حقيقي عن متوسط عمل البطاريات الفرنسية عن 50 ساعة، عندها سيتم استيراد البطاريات الإنكليزية وبغض النظر عن السعر، فإذا علمت أن المجتمعين المدروسين متجانسين؛ والمطلوب: هل تنصح باستيراد البطاريات الإنكليزية، برر عند مستوى دلالة 5% ؟

الأستاذ محمد شحيبر 0933 / 525660

مثال 35: لمعرفة فيما إذا كان متوسط دخل الأسر الشهري لطلاب المدارس الابتدائية الخاصة هو أكبر من متوسط دخل الأسر الشهري لطلاب المدارس الحكومية وذلك لتقديم إعانة مالية لطلاب المدارس الحكومية فيما إذا كان الفارق بين الدخلين يزيد عن 3000 ل.س لصالح أسر طلاب المدارس الخاصة، تمّ اختيار 10 أسر عشوائياً من أسر طلاب المدارس الخاصة فوجد أن متوسط دخلهم 15000 ل.س بانحراف معياري 3500 ل.س، كما تم اختيار 13 أسرة من اللواتي لديهم أطفال في المدارس الحكومية فوجد أن متوسط دخلهم 11000 ل.س بانحراف معياري 3000 ل.س، فإذا علمت أن تبايني المجتمعين المدروسين مجهولين مختلفين؛ والمطلوب :

① هل دخول أسر طلاب المدارس الخاصة هي أكبر بشكل جوهري من دخول أسر طلاب المدارس الحكومية ؟ $(\alpha = 5\%)$

② هل ستقدم الإعانة لطلاب المدارس الحكومية ؟ $(\alpha = 5\%)$

مثال 36: من مجتمع إحصائي له $\mu = 230$ ، سحبت منه عينة عشوائية $n = 6$ وجد منها $\bar{x} = 200$ و $S = 31.62$ وبنتيجة الاختبار الإحصائي تم قبول $H_1 : (\bar{x} \neq \mu)$ وذلك عند $\alpha = 10\%$ ، عند أية قيم لـــ $\bar{x}$ يتم قبول H_0 وذلك مع ثبات (α , S , n) ؟

مثال 37: بفرض أن d تمثل الفرق بين المنتج بالساعة قبل وبعد تنفيذ البرنامج التدريبي الجديد، في عينة عشوائية من 25 عامل، وجد أن متوسط الفروق $\bar{d} = 26$ والانحراف المعياري للفروق $S_D = 40$ ، هل البرنامج الجديد غيّر من الإنتاج:

-1- **إن قيمة T المحسوبة تساوي:** (A) 1.711 ؛ (B) 3.25 ؛ (C) 8.00 ؛ (D) 8.16 ؛ (E) 3.18

-2- **إن درجات الحرية تساوي:** (A) 26 ؛ (B) 27 ؛ (C) 48 ؛ (D) 23 ؛ (E) 24

-3- **بفرض أن درجات الحرية تساوي 25 درجة وقيمة T المحسوبة تساوي 1.5 فالقرار للمسألة السابقة سيكون:** (A) قبول H_0 عند $\alpha = 5\%$ والاختبار من اليسار ؛ (B) قبول H_1 عند $\alpha = 10\%$ والاختبار من اتجاهين ؛ (C) قبول H_0 عند $\alpha = 10\%$ والاختبار من اليمين ؛ (D) قبول H_1 عند $\alpha = 5\%$ والاختبار من اتجاهين ؛ (E) قبول H_0 عند $\alpha = 5\%$ و $\alpha = 10\%$ والاختبار من اتجاهين.

مثال 38: ادعى أحد مدراء الإنتاج في أحد المصانع أن متوسط وزن القطعة المنتجة لديه لا تحيد عن 5.20 كغ، سُحبت عينة عشوائية من إنتاج هذا المصنع حجمها 10 قطع وجد منها أن متوسط وزن القطعة الواحدة يساوي 4.5 كغ بانحراف معياري متحيّز 1 كغ؛ عن طريق حدود الثقة سيكون ادعاء مدير الإنتاج صحيحاً وذلك باحتمال: (A) 99% ؛ (B) 95% ؛ (C) 90% ؛ (D) (B + A) ؛ (E) (C + B + A).

مثال 39: في إحدى محطات الأمن الغذائي كان من المطلوب اختبار نوع معين من السماد على إنتاج القمح، اختيرت 24 قطعة من الأرض تم معالجة نصفها (المجموعة القياسية) وترك الآخر دون معالجة (المجموعة الضابطة)، فكان متوسط إنتاج الوحدة من القمح في المجموعة الضابطة 4.8 بانحراف معياري 4 بينما كان متوسط غلة الهكتار من القمح في المجموعة القياسية 5.1 بانحراف معياري 2.6؛ هل يمكن أن نستنتج من خلال ذلك أن هناك تحسن كبير في إنتاجية القمح نتيجة لاستخدام السماد.(استخدم مستوى دلالة 5%).

مثال 40: بفرض أن لدينا توزيعاً لمربع كاي وأن عدد درجات الحرية خمس درجات، وأن مستوى الدلالة المعتمد 5%:

المطلوب: أوجد قيمة كاي مربع الجدولية وفقاً للحالات التالية:

① الاختبار من اتجاه واحد يمين.

② الاختبار من اتجاه واحد يسار.

③ الاختبار من اتجاهين.

مثال 41: أوجد قيمة كاي مربع عند $(\alpha = 5\%, \upsilon = 40)$ في الحالات التالية:

① الاختبار من اتجاه واحد يمين.

② الاختبار من اتجاه واحد يسار.

③ الاختبار من اتجاهين.

مثال 42: أُخذت عينة عشوائية من 16 طالب من إحدى المدارس الرسمية للبنين، فوجد أن متوسط أطوالهم 175 سم والانحراف المعياري للأطوال يساوي 2.40 سم والمطلوب: ما هو باحتمال 95% حدي الثقة للانحراف المعياري لأطوال جميع الطلاب ثم أوجد حدا الثقة للتباين ؟

مثال 43: ترغب وزارة الصحة بشراء دواء ما واشترطت أن تكون المادة الفعّالة مضبوطة عند 5.84 كانحراف معياري، ورد للوزارة شحنة من هذا الدواء من معمل ابن النفيس للأدوية، سحبت عينة عشوائية من 29 كبسولة فوجد أن الانحراف المعياري يساوي 5، والمطلوب:

① هل هذه الشحنة حسب المواصفات ؟ (استخدم مستوى دلالة 5%)

② أخذت أربع تجارب من نفس الحجم وجد أن قيم χ^2 للتجارب الأربع على الترتيب (7 – 27 – 46 – 36.3) فما هو القرار على الصعيد العام ؟

③ ما هو الـ 95% حدا الثقة لتشتت المادة الفعالة في معمل ابن النفيس ؟

مثال 44: سحبت عينة عشوائية مكّونة من 500 مندوب مبيعات فوجد أنه من بين 300 مندوب ذو الأداء المنخفض 42 مظهرهم سيء، ومن بين المندوبين ذوي الأداء المرتفع 180 مندوب ذو مظهرٍ جيد، فهل هناك علاقة بين مظهر المندوب وأداءه ؟$(\alpha = 5\%)$

مثال 45: في مجموعة من الجنود المشكوك بتمارضهم ويشكون من عدم القدرة على النوم الجيد، أخذت عينة عشوائية من 43 جندي من المجموعة المتمارضة أُعطي بعضهم حبوب منوّمة بينما أُعطي الآخرين حبوب من السكر على الرغم أن جميعهم يعتقدون أنهم قد أعطوا حبوب منوّمة؛ ثم تمّ سؤالهم بعد ذلك عمّا إذا كانت الحبوب قد ساعدتهم على النوم أم لا، فأجاب 10 من أصل 30 من الذين أخذوا الحبوب السكريّة بأنهم ناموا جيداً كما أجاب 4 من أصل 13 من الذين أخذوا الحبوب المنوّمة بأنهم لم يناموا جيداً، هل توجد فروق بين الحبوب المنوّمة وحبوب السكر وحالة النوم أم لا أثبت ذلك إحصائياً باستخدام توزيع χ^2 ؟ (استخدم $\alpha = 5\%$)

مثال 46: وجد نتيجة رمي قطعة معدنية 200 مرة، أن عدد المرات التي جاءت القطعة شعاراً كان 115 مرة، وعدد المرات التي جاءت القطعة نقشاً كان 85 مرّة المطلوب: اختبر الفرضية القائلة إن هذه القطعة كانت سوية (أي تنقسم بالتساوي بين الوجهين) وذلك باحتمال 95%؟

مثال 47: قام أحد كبار علماء الزراعة بتجارب على نوع معيّن من البازلاء، فأخذ عيّنة من حجم 556 من حبات البازلاء، فوجد أن 315 حبّة كانت مدورة صفراء و 108 حبات كانت مدوّرة خضراء و 101 حبّة كانت طويلة صفراء و 32 حبة طويلة خضراء؛ وبحسب نظريته في الوراثة، فقد كان يتوقّع هذا العالم بأن يكون عدد حبّات البازلاء موزّعةً بنسبة 9 : 3 : 3 : 1؛ المطلوب: هل اعتقاد العالم كان صحيحاً؛ إذا كان مستوى الدلالة 5% ؟

مثال 48: صنف 150 شخص حسب لون الشعر ولون العينين فكانت النتائج (بالنسبة المئوية) كما يلي:

لون الشعر / لون العينين	أشقر	أسود	$\sum$
أزرق	46%	14%	60%
عسلي	8%	32%	40%
$\sum$	54%	46%	100%

المطلوب: دراسة العلاقة بين هاتين الصفتين عند مستوى دلالة 1% ؟

مثال 49: قام فريق من الباحثين الاجتماعيين بسحب عينة عشوائية من طلاب المدارس الإعدادية حجمها 1500 طالب؛ لاختبار ثلاثة طرق للتدريس الطريقة A والطريقة B والطريقة C، وقد تم توزيع الطلاب بالتساوي بين طرق التدريس الثلاث موضوع الاختبار، فكانت النتائج التالية: النسبة الكلية لنجاح الطلاب من خلال تطبيق الطرق الثلاث مجتمعة 40%، منهم 37% حسب الطريقة B و 32% حسب الطريقة C؛ افترض $\alpha = 5\%$ ؛ والمطلوب:

① اختبر الفرض القائل بأن نسب نجاح الطلاب حسب الطرق الثلاث متساوية ؟
② هل هناك استقلالاً بين نسب النجاح والرسوب وطرق التدريس المختبرة ؟

مثال 50: إذا كانت درجات الحرية في تجربة ما تساوي 61 درجة، هل قيم χ^2 النظرية (الجدولية) عند $\alpha = 0.05$ والاختبار من اتجاهين تساوي: (A) 92.21 للطرف الأيمن و 35.45 للطرف الأيسر ؛ (B) 83.98 للطرف الأيمن و 40.86 للطرف الأيسر ؛ (C) 40.86 للطرف الأيمن و 83.98 للطرف الأيسر ؛ (D) 35.45 للطرف الأيمن و 92.21 للطرف الأيسر ؛ (E) لا يمكن إيجادهم.

مثال 51: بالاستفادة من معطيات التجربة السابقة هل قيمة χ^2 المنطبقة على منتصف المنحني الطبيعي تساوي: (A) 0 ؛ (B) 121.5 ؛ (C) 63.83 ؛ (D) 60.5 ؛ (E) 80.5 .

مثال 52: في تجربتين منفصلتين لنفس موضوع البحث شُكل جدولين للاستقلال من الشكل (6 × 6) وجد منهما قيمتا لكاي مربع (30.7 و 40.8):

-1- إن درجات الحرية للتجربتين معاً وقيمة χ^2 المدموجة هما على الترتيب: (A) 72 و 80 ؛ (B) 49 و 71.5 ؛ (C) 25 و 143 ؛ (D) 36 و 60.5 ؛ (E) 50 و 71.5

-2- إن قيمة χ^2 النظرية عند $\alpha = 5\%$ تساوي: (A) 67.28 ؛ (B) 34.44 ؛ (C) 70.92 ؛ (D) 31.92 ؛ (E) 75.40

-3- بفرض أن قيمة χ^2 المدموجة تساوي 100 وقيمة χ^2 النظرية تساوي 90، فإن القرار الإحصائي للتجربتين معاً هو:
(A) رفض الفرضية والاختبار من اليسار ؛ (B) قبول الفرضية والاختبار من اليمين ؛ (C) رفض الفرضية والاختبار من اليمين ؛ (D) قبول الفرضية والاختبار من اليسار ؛ (E) رفض الفرضية والاختبار من اتجاهين.

مثال 53: في عينة عشوائية مكوّنة من 200 محل تجاري في مدينة دمشق تمّ سحبها خلال شهر كانون أول وجد أن هناك 20 محل من أصل 40 ذو مبيعات جيدة عند سقوط المطر وأن هناك 100 محل ذو مبيعات سيئة عند عدم سقوط المطر ؛ فهل تعتقد أن هناك علاقة بين المبيعات وسقوط الأمطار عند ($\alpha = 5\%$)؟

مثال 54: بهدف تطبيق نظام ضريبي جديد على الأرباح، قررت وزارة المالية زيادة نسبة ما تقتطعه من الأرباح، إذا كان متوسط ربح تجار السيارات من السيارة الواحدة يساوي أو أكثر من 100000 ل.س، ادعى أحد تجار السيارات أن متوسط ربحه من السيارة الواحدة يقل عن 100000 ل.س، قامت لجنة من وزارة المالية بسحب عينة عشوائية من 19 فاتورة بيع سابقة عند هذا التاجر، فوجد أن متوسط ربحه في السيارة الواحدة يساوي 97000 ل.س بانحراف معياري 9000 ل.س، عند $\alpha = 0.05$ ، فهل ادعاء التاجر صحيح؟

-1- الفرضية البديلة (H_1) هي: (A) $\bar{x} \succ \mu$ ؛ (B) $\bar{x} \le \mu$ ؛ (C) $\bar{x} \prec \mu$ ؛ (D) $\bar{x} \ne \mu$ ؛ (E) $\bar{x} \ge \mu$

-2- إن قيمة الاختبار الإحصائي هي: (A) 3.72 ؛ (B) 2.11 ؛ (C) 0.39 ؛ (D) 1.45 ؛ (E) غير ذلك

-3- القرار النهائي: (A) قبول H_0 وستطبق الضريبة الجديدة ؛ (B) قبول H_1 وستطبق الضريبة الجديدة ؛ (C) رفض H_0 وستطبق الضريبة الجديدة ؛ (D) رفض H_1 ولن تطبق الضريبة الجديدة ؛ (E) C و D معاً

- بفرض أن الضريبة الجديدة قد طبقت، حدد قيمة متوسط الربح في العينة الذي عنده لن تزيد وزارة المالية نسب الضريبة وذلك مع ثبات الانحراف المعياري وحجم العينة ($\alpha = 0.05$).

-4- إن متوسط ذلك الربح في العينة الذي عنده لن تطبق الضريبة الجديدة هو: (A) من 103572 ل.س وأكثر ؛ (B) أقل من 96428 ل.س (C) بين 96428 و 103572 ل.س ؛ (D) بين 95664 و 104336 ل.س ؛ (E) غير ذلك.

- هذا وقد ادعى التاجر أن نسب مبيعاته من السيارات هي 30% من الحجم الكبير و 30% من الحجم المتوسط و 40% من الحجم الصغير، وللتأكد تم سحب عينة عشوائية أخرى من 150 فاتورة بيع سابقة، وجد منها 40 سيارة من الحجم الكبير و 40 سيارة من الحجم الصغير، فهل ادعائه صحيح عند $\alpha = 0.05$.

-5- الفرضية المختبرة: (A) لا تتوزع نسب المبيعات بـ 30% و 30% و 40% على الترتيب؛ (B) لا تتوزع نسب المبيعات بـ 40% و 70% و 40% على الترتيب؛ (C) تتوزع نسب المبيعات بـ 30% و 30% و 40% على الترتيب؛ (D) تتوزع نسب المبيعات بـ 40% و70% و 40% على الترتيب؛ (E) تتوزع نسب المبيعات بشكل متساوٍ.

-6- إن التكرارات النظرية تتوزع على الترتيب بالشكل:
(A) 40 ، 70 ، 40 ؛ (B) 45 ، 45 ، 60 ؛ (C) 30 ، 30 ، 40 ؛ (D) 33.3 ، 33.3 ، 33.3 ؛ (E) 50 ، 50 ، 50

-7- إن قيمة χ^2 المحسوبة هي: (A) 21.155 ؛ (B) 29.551 ؛ (C) 3.921 ؛ (D) 3.841 ؛ (E) 13.897

-8- إن قيمة χ^2 النظرية (الجدولية) تساوي: (A) 7.815 ؛ (B) 9.219 ؛ (C) 3.841 ؛ (D) 5.024 ؛ (E) غير ذلك

-9- القرار النهائي : (A) تقبل الفرضية ولا تتوزع نسب المبيعات بـ 30% و 30% و 40% على الترتيب؛ (B) نرفض الفرضية ولا تتوزع نسب المبيعات بـ 30% و 30% و 40% على الترتيب؛ (C) إن ادعاء التاجر صحيح؛ (D) النسب تتوزع بشكل متساوٍ؛ (E) النسب تتوزع بـ 40% و 70% و 40% على الترتيب.

مثال 55: اشترى مصنع لإنتاج المسامير آلة جديدة للتصنيع ، على أساس أن هذه الآلة تصنع المسامير بطول 3 سم وسطياً وبانحراف معياري 0.2 سم، وبعد فترة زمنية من شراء هذه الآلة، اعتقد أحد المهندسين الفنيين أن تشتت أطوال المسامير التي تنتجها الآلة يزيد عن ذلك المعلن عند الشراء، وفي سبيل التحقق من ذلك، سحبت عينة عشوائية مؤلفة من 20 مسمار منتج حديثاً، فوجد أن متوسط أطوال المسامير 2.8 سم بانحراف معياري 2.2 سم ؛ المطلوب: هل اعتقاد المهندس الفني صحيح، برر إجابتك إحصائياً، معتمداً مستوى دلالة 5%؟

-1 إن فرضيات الدراسة هي:

(A) $H_0: \bar{x} = \mu$ ، $H_1: \bar{x} \prec \mu$ والاختبار من اتجاه واحد يسار ؛ (B) $H_0: S = \sigma$ ، $H_1: S \ne \sigma$ والاختبار من اتجاهين

(C) $H_0: \bar{x} \prec \mu$ ، $H_1: \bar{x} \ge \mu$ والاختبار من اتجاه واحد يمين ؛ (D) $H_0: S \le \sigma$ ، $H_1: S \succ \sigma$ والاختبار من اتجاه واحد يمين ؛ (E) غير ذلك.

-2 إن قيمة الاختبار الإحصائي تساوي:

(A) 22.99 (B) 4.47 (C) 24.2 (D) 3.96 (E) غير ذلك.

$\chi^2_{cal} = \frac{(n-1)(s^2)}{\sigma^2} = 22.99$

-3 إن قيمة الاختبار الجدولية تساوي:

(A) 1.73 (B) 2.09 (C) 30.144 (D) 10.117 (E) غير ذلك.

-4 القرار الإحصائي هو:

(A) قبول (H_0) واعتقاد المهندس الفني صحيح ؛ (B) قبول (H_0) واعتقاد المهندس الفني خاطئ ؛ (C) رفض (H_1) واعتقاد المهندس الفني صحيح ؛ (D) A + B ؛ (E) B + C

قبول H_0 رفض H_0 30,144

 $\chi^2_{cal} = 22,99$

الأستاذ محمد شحيبر 0933 / 525660

مثال 56: لتكن لدينا البيانات التالية التي تمثل كميات الإنتاج (بآلاف القطع) في أحد معامل الألبسة في الفترة الزمنية 1995 – 2002:

السنوات	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
كميات الإنتاج	3	5	7	6	10	11	13	10

المطلوب:

① أوجد معادلة الاتجاه العام وفق طريقة الرسم الحر معتبراً أن سنة الأساس 1994، وفسّر ثوابت المعادلة؟
② أوجد معادلة الاتجاه العام وفق طريقة المتوسطات النصفية معتبراً أن سنة الأساس 1994؟
③ أوجد معادلة الاتجاه العام وفق طريقة المربعات الصغرى معتبراً أن سنة الأساس 1994؟
④ أوجد معادلة الاتجاه العام وفق طريقة المربعات الصغرى معتبراً أن سنة الأساس 1998؟
⑤ أوجد كمية الإنتاج النظرية (الاتجاهية أو المقدرة) في عام 1999، باستخدام المعادلة الناتجة من الطلب (3)، مفسراً النتيجة؟
⑥ أوجد كمية الإنتاج المتوقعة في عام 2003 متأثرة بالاتجاه العام فقط، باستخدام المعادلة الناتجة من الطلب (3)؟

مثال 57: لدينا بيانات عن المبيعات السنوية لإحدى المؤسسات الصناعية مقدرة (بملايين الليرات السورية) وذلك خلال السنوات 1991 – 1999:

السنة	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
المبيعات	3	4	7	6	8	11	10	12	15

المطلوب:

① أوجد معادلة الاتجاه العام السنوية، معتبراً سنة الأساس 1995، وفسر الثوابت؟
② أوجد معادلة الاتجاه العام السنوية، معتبراً سنة الأساس 1990، وفسّر الثوابت؟
③ أوجد القيمة المتوقعة للمبيعات عام 2000؟
④ أوجد الرقم القياسي الدوري لعام 1991، وفسر النتيجة؟
⑤ أوجد الرقم القياسي الدوري لعام 1994، وفسّر النتيجة؟
⑥ إذا علمت أن قيمة المبيعات عام 2001 بلغت (16.7442) مليون ل.س، وأنه لا يوجد تأثير للعوامل الدورية والعشوائية على مبيعات عام 2001، فما هي قيمة المبيعات الاتجاهية عام 2001؟

مثال 58: لتكن لدينا المعلومات التالية والمأخوذة من أحد المصارف عن الودائع السنوية من عام 2000 وحتى عام 2005:

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005
الودائع (ملايين الوحدات النقدية)	20	28	33	40	56	60

المطلوب:

① أوجد معادلة الاتجاه العام باستخدام أسلوب الانحرافات، وفسر الثوابت؟
② أوجد معادلة الاتجاه العام السنوية معتبراً عام 1999 عام الأساس، وفسّر الثوابت؟

مثال 59: يوضّح الجدول التالي عدد الركاب المنقولين على حافلات شركة نقل خلال 4 أعوام:

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع	المجموع
2000	30	50	60	40	180
2001	28	55	63	44	190
2002	30	52	58	40	180
2003	25	55	65	33	178
2004	27	53	64	43	187
المجموع	140	265	310	200	915

المطلوب:

① حساب الرقم القياسي الموسمي (الدليل الموسمي) لكل الفصول، مفسراً النتائج؟
② أوجد عدد الركاب اللاموسمي في الفصل الثاني من عام 2001؟
③ أوجد عدد الركاب في الفصل الرابع من عام 2004 بعد استبعاد تأثير الموسم؟

مثال 60: لدينا البيانات التالية عن المبيعات الفصلية لمعرض أدوات كهربائية:

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع	المجموع
2000	10	8	12	7	37
2001	12	10	14	6	42
2002	13	9	15	8	45
2003	16	12	14	9	51
2004	17	10	16	17	60

المطلوب:

① أوجد معادلة الاتجاه العام الفصلية، وفسّر ثوابتها؟

② أوجد معادلة الاتجاه العام الفصلية، معتبراً الفصل الأول من عام 2001 نقطة أساس؟

③ أوجد قيمة المبيعات المقدرة (النظرية) في الفصل الرابع من عام 2000؟

④ أوجد الرقم القياسي الموسمي لكل فصل في سنوات الدراسة وفسر النتائج؟ إذا علمت أن القيم الاتجاهية $(\tilde{y} = T)$ لبيانات الودائع الفصلية كانت على الشكل التالي:

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع	المجموع
2000	8.9	9.2	9.5	9.8	37.4
2001	10.1	10.4	10.7	11	42.2
2002	11.3	11.6	11.9	12.2	47.0
2003	12.5	12.8	13.1	13.4	51.8
2004	13.7	14	14.3	14.6	56.6

⑤ أوجد قيمة المبيعات بعد استبعاد تأثير الموسم لكل فصول السلسلة؟

⑥ أوجد قيمة المبيعات المتوقعة في الفصل الأول من عام 2005 متأثرة بالاتجاه العام فقط؟

⑦ أوجد قيمة المبيعات المتوقعة في الفصل الأول من عام 2005 متأثرة بالاتجاه العام والموسم معاً؟

⑧ أوجد الرقم القياسي الدوري لسلسلة المبيعات؟ مع تفسير النتائج؟ لفصول ٢٠٠١ فقط

مثال 61: لتكن لدينا معادلة الاتجاه العام السنوية (لبيانات مجاميع) التالية: $\tilde{Y}_t = 1200 + 400 \cdot t$

المطلوب: 1- أوجد معادلة الاتجاه العام الشهرية ؟ ؛ 2- أوجد معادلة الاتجاه العام الفصلية ؟

مثال 62: لتكن لدينا معادلة الاتجاه العام السنوية (لبيانات متوسطات) التالية: $\tilde{Y}_t = 100 + 40 \cdot t$

المطلوب: أوجد معادلة الاتجاه العام الشهرية، وفسّر الثوابت؟

مثال 63: لديك البيانات التالية عن المبيعات السنوية (بملايين الوحدات النقدية) لمعرض سيارات مأخوذة في 1 / 7 من كل عام:

العام	2003	2004	2005	2006	2007	2008
المبيعات	200	210	220	230	240	223

المطلوب:

① أوجد معادلة الاتجاه العام السنوية، باستخدام طريقة المتوسطات النصفية، ومعتبراً أن سنة الأساس عام 2002؟

② أوجد معادلة الاتجاه العام الفصلية، ومعادلة الاتجاه العام الشهرية، وفسر الثوابت؟

③ بفرض أن البيانات مأخوذة في 31 / 12 من كل عام، أوجد معادلة الاتجاه العام الفصلية ومعادلة الاتجاه الشهرية؟

مثال 64: يبيّن الجدول التالي القيم الربعية مخلصة من أثر الاتجاه العام للمبالغ المودعة بملايين الدولارات الربع سنوية في أحد البنوك خلال الفترة 2000 – 2002

الربع/السنة	2000	2001	2002
الربع الأول	59.06	66.51	69.42
الربع الثاني	98.93	89.94	86.03
الربع الثالث	127.93	109.17	100.44
الربع الرابع	149.33	125.23	113.06

المطلوب:

① أحسب الأرقام القياسية الموسمية؟

② حساب القيم الاتجاهية لمبالغ الربع الأول من السنوات الثلاث إذا علمت أن القيم الربعية هي كما في الجدول التالي: ⟸

الربع/السنة	2000	2001	2002
الربع الأول	2	4	6
الربع الثاني	4	6	8
الربع الثالث	6	8	10
الربع الرابع	8	10	12

③ خلّص بيانات الربع الرابع من السنوات الثلاث من الأثر الموسمي، وفسّر النتائج؟

④ إذا علمت أن معادلة الاتجاه العام الربعية من الشكل $\tilde{Y} = 3.38 + 0.657t$ ، حوّل هذه المعادلة إلى معادلة سنوية وفسّر النتائج ، واحسب القيمة المتوقعة للمودعات في الربع الثالث من عام 2003 آخذاً بالاعتبار أن نقطة الأساس تقع في الربع الأول من عام 2000.

* * *   * * *   * * *

مثال 1:

$n=\frac{(3)^2\cdot(600)}{(5)^2}=216$ خروفاً (السحب مع إعادة)

$n=\frac{(2000)\cdot(3)^2\cdot(600)}{(2000-1)\cdot(5)^2+(3)^2\cdot(600)}=195$ خروفاً (السحب دون إعادة)

مثال 2:

$n=\frac{(2)^2\cdot(100)^2}{2\cdot(5)^2}=800$ مصباح

مثال 3:

$n=\frac{(2)^2\cdot(45)\cdot(55)}{(4)^2}\approx 619$ أسرة (السحب مع إعادة)

$n=\frac{(4000)\cdot(2)^2\cdot(45)\cdot(55)}{(3999)\cdot(4)^2+(2)^2\cdot(45)\cdot(55)}\approx 619$ أسرة = 535

مثال 8:

$$\mu=500\mp 2\times\frac{150}{\sqrt{400}}\Rightarrow \mu\in[485;515]$$

أي أنه باحتمال 95.5% فإن متوسط إنفاق جميع الطلاب لن يقل عن 485 ل.س ولن يزيد عن 515 ل.س

مثال 9:

$$\sigma_x=100\mp 3\times\frac{100}{\sqrt{2*200}}\Rightarrow \sigma_x\in[85;115]$$

أي أنه باحتمال 95.5% فإن الانحراف لن يقل عن 85 ساعة ولن يزيد عن 115 ساعة

مثال 10:

$$p=45\mp 1.65\times\sqrt{\frac{(45)(55)}{900}}\Rightarrow p\in[42.3;47.7]$$

أي أن النسبة لن تقل باحتمال 90% عن 42.3% ولن تزيد باحتمال 90% عن 47.7%

مثال 11:

الطلب 1:

$$\mu_1-\mu_2=(1400-1200)\mp 2*\sqrt{\frac{(120)^2}{150}+\frac{(80)^2}{100}}\Rightarrow[174.7\ ;\ 225.3]$$

إننا واثقون باحتمال 95.5% بأن قيمة الفرق بين المتوسطين لن تقل عن 174.7 ولن تزيد عن 225.3.

الطلب 2:

$$\sigma_1-\sigma_2=(120-80)\mp 2.58*\sqrt{\frac{(120)^2}{2*150}+\frac{(80)^2}{2*100}}\Rightarrow[16.9\ ;\ 63.1]$$

إننا واثقون باحتمال 99% بأن قيمة الفرق بين الانحرافين المعياريين لن تقل عن 16.9 ولن تزيد عن 63.1.

مثال 14:

$$H_0 : \bar{x} = \mu$$
$$H_1 : \bar{x} \neq \mu$$
$$Z = \frac{|2400 - 2500|}{\frac{200}{\sqrt{100}}} = |-5|$$
$$Z_{\frac{0.05}{2}} = 1.96$$

القرار: رفض الفرضية H_0

مثال 15:

$$H_0 : p' = p$$
$$H_1 : p' \neq p$$
$$Z = \frac{|20 - 25|}{\sqrt{\frac{(25)(75)}{200}}} = |-1.63|$$
$$Z_{\frac{0.10}{2}} = 1.65$$

القرار: قبول الفرضية H_0

مثال 16:

$$H_0 : \bar{x} = \mu$$
$$H_1 : \bar{x} \neq \mu$$
$$Z = \frac{|14950 - 15000|}{\frac{450}{\sqrt{81}}} = |-1|$$
$$Z_{\frac{0.05}{2}} = 1.96 \quad ; \quad Z_{\frac{0.01}{2}} = 2.58$$

القرار: قبول الفرضية H_0

مثال 17:

$$H_0 : p' = p$$
$$H_1 : p' \prec p$$
$$Z = \frac{|12 - 20|}{\sqrt{\frac{(20)(80)}{100}}} = |-2|$$
$$Z_{0.05} = 1.65 \; ; \; Z_{0.01} = 2.33$$

القرار غير حاسم، نعيد سحب العينة

مثال 20:

الطلب الأول

$$H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$$
$$H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$$
$$1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow \alpha = 0.01(\leftrightarrow) \Rightarrow Z_{\frac{0.01}{2}} = 2.58$$
$$Z = \frac{|12200 - 11300|}{\sqrt{\frac{(1700)^2}{64} + \frac{(1400)^2}{36}}} = 2.85$$

القرار: رفض الفرضية H_0

الطلب الثاني

$$H_0 : S_1 = S_2$$
$$H_1 : S_1 \neq S_2$$
$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05(\leftrightarrow) \Rightarrow Z_{\frac{0.05}{2}} = 1.96$$
$$Z = \frac{|1700 - 1400|}{\sqrt{\frac{(1700)^2}{2 \times 64} + \frac{(1400)^2}{2 \times 36}}} = 1.34$$

القرار: قبول الفرضية H_0

الطلب الثالث: القيمة المختبر حولها تساوي صفر، وتمثل توزيع معاينة فروق التوابع الإحصائية التي تتوزع توزيعاً طبيعياً حول الثابت الإحصائي.

مثال 21:

الطلب الأول:

$H_0 : \bar{x} = \mu$

$H_1 : \bar{x} \neq \mu$

عينة حلب	عينة دمشق
$Z = \dfrac{\lvert 3504 - 3600 \rvert}{\dfrac{208}{\sqrt{169}}} = 6$	$Z = \dfrac{\lvert 3576 - 3600 \rvert}{\dfrac{208}{\sqrt{169}}} = 1.5$

عند مستوى دلالة 5% فإن قيمة Z الجدولية تساوي 1.96؛ وعليه نقبل H_0 لعينة دمشق ونرفضها لعينة حلب؛ وبالتالي عينة دمشق هي عينة عشوائية تمثل المجتمع الإحصائي وعينة حلب عينة غير عشوائية ولا تمثل المجتمع.

الطلب الثاني:

تقدير من عينة دمشق: $p = 8 \mp 2.58 \cdot \sqrt{\dfrac{8*92}{169}} \Rightarrow [2.62;13.38]$

الطلب الثالث:

$H_0 : p'_1 = p'_2$

$H_1 : p'_1 \neq p'_2$

$$Z = \frac{\lvert 8 - 17 \rvert}{\sqrt{\dfrac{(8)(92)}{169} + \dfrac{(17)(83)}{169}}} = 2.53$$

عند مستوى دلالة 10% فإن قيمة Z الجدولية تساوي 1.65؛ وعليه نرفض H_0

الطلب الرابع: القيمة المختبر حولها هي الصفر وتمثل توزيع معاينة فروق النسب المئوية التي تتوزع طبيعياً حول قيمة الثابت الإحصائي.

مثال 22:

الطلب الأول:	$Z = \dfrac{16-20}{\sqrt{\dfrac{20*80}{100}}} = -1 \Rightarrow \dfrac{0.6827}{2} = 0.34135$ $P_r = 0.5 - 0.34135 = 0.15865$
الطلب الثاني:	حُسبت قيمة الاختبار Z في الطلب الأول وهي تساوي |-1|؛ وعند مستوى دلالة 5% والاختبار من اتجاه واحد يسار فإن قيمة Z الجدولية تساوي |-1.65| وبالتالي نقبل H_0 ؛ وعند مستوى دلالة 1% والاختبار من اتجاه واحد يسار فإن قيمة Z الجدولية تساوي |-2.33| وبالتالي نقبل H_0، إذاً نقبل H_0 مهما كان مستوى الدلالة المتخذ؛
الطلب الثالث:	آثار الوقوع بخطأ من النوع الأول: إغلاق الفرع والمصرف سوف يتحمل كافة مصاريف التأسيس، وبالنسبة للزبائن سيؤدي إغلاق الفرع إلى حرمان الزبائن من الخدمات المقدمة وسينتقلون إلى فرع آخر ؛ آثار الوقوع بخطأ من النوع الثاني: الاستمرار في العمل في هذا الفرع وعلى المصرف تحمل ضعف مردوديته وبالنسبة للزبائن لا يوجد تأثير عليهم.
الطلب الرابع:	$\alpha = 5\%(\leftrightarrow) \Rightarrow Z_{\frac{0.05}{2}} = 1.96$ $Z = \dfrac{\lvert 16-24 \rvert}{\sqrt{\dfrac{16*84}{100} + \dfrac{24*76}{100}}} = \lvert -1.42 \rvert$ $\Leftarrow$ نقبل H_0 وليس هناك اختلاف حقيقي.
الطلب الخامس:	$n = \dfrac{(2)^2 * 50 * 50}{(5)^2} = 400$ أسرة

مثال 23:

الطلب الأول:

الشحنة الأولى	الشحنة الثانية	الشحنة الثالثة
$\mu_1 = 2950 \mp 2 * \frac{250}{\sqrt{100}}$ $\mu_1 \in [2900\ ;\ 3000]$ القرار : رفض الشحنة الأولى	$\mu_2 = 3000 \mp 2 * \frac{300}{\sqrt{100}}$ $\mu_2 \in [2940\ ;\ 3060]$ القرار : قبول الشحنة دون مكافأة.	$\mu_3 = 3150 \mp 2 * \frac{250}{\sqrt{100}}$ $\mu_3 \in [3100\ ;\ 3200]$ القرار : قبول الشحنة ومنح مكافأة.

الطلب الثاني:

$H_0 : \bar{x}_2 = \bar{x}_3$ - لا يوجد اختلاف حقيقي ؛

$H_1 : \bar{x}_2 \neq \bar{x}_3$ - الاختلاف حقيقي بين متوسط الشحنتين الثانية والثالثة .

$$Z = \frac{|3000 - 3150|}{\sqrt{\frac{(300)^2}{100} + \frac{(250)^2}{100}}} = 3.84$$

القرار: مهما كان مستوى الدلالة فإن (Z المحسوبة > Z الجدولية)، وبالتالي نرفض H_0 والاختلاف حقيقي.

الطلب الثالث:

$H_0 : S_1 = S_2$ - يوجد تماثل

$H_1 : S_1 \neq S_2$ - لا يوجد تماثل

$$Z = \frac{|250 - 300|}{\sqrt{\frac{(250)^2}{2*100} + \frac{(300)^2}{2*100}}} = |-1.8|$$

القرار: مهما كان مستوى الدلالة فإن (Z المحسوبة < Z الجدولية) ونقبل H_0 ونؤكد أن هنالك تماثلاً في الشحنتين الأولى والثانية.

الطلب الرابع:

في الطلب (1) توزيع معاينة التابع الإحصائي الذي يتوزع طبيعياً حول الثابت الإحصائي المقابل له ؛ بينما في الطلبين (2 و 3) توزيع معاينة الفرق بين التوابع الإحصائية التي تتوزع طبيعياً حول ثابت إحصائي قيمته الصفر.

الطلب الخامس:

الفقرة (A):

$$\left.\begin{array}{l} Z_1 = \frac{2400 - 3000}{300} = -2 \Rightarrow 0.4775 \\ Z_2 = \frac{2700 - 3000}{300} = -1 \Rightarrow 0.3413 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$n(2400 \prec x \prec 2700) = 100 * (0.4775 - 0.3413) \approx 14$ قضيباً

الفقرة (B):لإيجاد نسبة القضبان التي تزيد مقاومتها عن 3600، فإن:

$$Z = \frac{3600 - 3000}{300} = +2 \Rightarrow 0.4775 \Rightarrow P\% = (0.5 - 0.4775) * 100 = 2.25\%$$

الطلب السادس:

$n = \frac{(1.96)^2 * 2 * 98}{(2)^2} \approx 188$ قضيباً

حجم العينة المسحوبة غير كافي لتقدير نسبة القضبان ذات المقاومة الأقل في الشحنة الثالثة لأن $n = 100 \prec 188$

حل أسئلة الدورة الفصلية الأولى للعام الدراسي 2007 / 2008

حل السؤال	رقم السؤال
$H_0 : \bar{x} = \mu$ $H_1 : \bar{x} \neq \mu$ $Z = \dfrac{\lvert 995-1000 \rvert}{\dfrac{21}{\sqrt{49}}} = \lvert -1.67 \rvert = 1.67$ $Z_{\frac{0.05}{2}} = \lvert \mp 1.96 \rvert = 1.96$ القرار: نقبل الفرضية H_0 ، وما كتب كان صحيحاً. (A) (B) **(C)** (D) (E)	12
$\mu = 995 + 2.58 \cdot \dfrac{18}{\sqrt{49}} = 1001.63$ غرام **(A)** (B) (C) (D) (E)	13
$n = \dfrac{(Z)^2 \cdot p \cdot q}{(d)^2} = \dfrac{(2)^2 \cdot 50 \cdot 50}{(8)^2} = 156.25$ (A) (B) (C) (D) **(E)**	14
$H_0 : p'_1 = p'_2$ $H_1 : p'_1 \neq p'_2$ $Z = \dfrac{\lvert 10-12 \rvert - 0}{\sqrt{\dfrac{10 \cdot 90}{49} + \dfrac{12 \cdot 88}{49}}} = \lvert -0.32 \rvert = 0.32$ القرار: مهما كان مستوى الدلالة المتخذ نقبل H_0 ، ولا يوجد اختلاف حقيقي. (A) (B) **(C)** (D) (E)	15
$\sigma_{\sigma_{1-2}} = \sqrt{\dfrac{(18)^2}{2 \cdot 49} + \dfrac{(15)^2}{2 \cdot 49}} = 2.367$ (A) (B) (C) **(D)** (E)	16
$H_0 : S_1 = S_2$ $H_1 : S_1 \neq S_2$ $Z = \dfrac{\lvert 18-15 \rvert - 0}{2.367} = \lvert +1.267 \rvert = 1.267$ القرار: هناك تماثل حقيقي ، نتيجة قبول H_0 ، مهما كان مستوى الدلالة المتخذ. (A) (B) (C) (D) **(E)**	17

مثال 26:

X	$X-\overline{X}$	$\left(X-\overline{X}\right)^2$
10	-2	4
9	-3	9
16	+4	16
11	-1	1
10	-2	4
14	+2	4
14	+2	4
$\sum X=84$	0	42

$$\bar{x}=\frac{84}{7}=12\ ;\ S_x=\sqrt{\frac{42}{7-1}}=2.65$$

$$\upsilon=7-1=6\Rightarrow t_{(6,0.025)}=2.45$$

$$\mu=12\mp 2.45*\frac{2.65}{\sqrt{7}}\quad \Rightarrow \mu=\bar{x}\mp t(\upsilon,\tfrac{\alpha}{2})\cdot\frac{S_x}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow 9.55\prec\mu\prec 14.45$$

مثال 27:

$$H_0:\bar{x}\le\mu$$

$$H_1:\bar{x}\succ\mu$$

$$t_{cal}=\frac{|10.42-10|}{\frac{1.53}{\sqrt{15}}}=|+1.06|=1.06$$

$$\upsilon=15-1=14\Rightarrow t_{(14,0.05)}=|+1.76|=1.76$$

القرار: نقبل الفرضية H_0 لأن : $t_{cal}<t_{tab}$

مثال 28:

<u>الطلب الأول:</u>

$$H_0:\bar{x}=\mu$$

$$H_1:\bar{x}\ne\mu$$

$$t_{cal}=\frac{|2.9-3|}{\frac{0.25}{\sqrt{23-1}}}=|-1.88|=1.88$$

← ضربنا الانحراف المعياري المتحيز بالعامل المصحح $\sqrt{\frac{n}{n-1}}$

$$\upsilon=23-1=22\Rightarrow t_{(22,0.025)}=|\mp 2.07|=2.07$$

القرار: نقبل الفرضية H_0 لأن: $t_{cal}<t_{tab}$

<u>الطلب الثاني:</u>

$$\mu=2.9\mp 2.07*\frac{0.25}{\sqrt{23-1}}\Rightarrow 2.79\prec\mu\prec 3.01$$

$$\mu=\bar{x}\mp t(\upsilon,\tfrac{\alpha}{2})\cdot\frac{S_x}{\sqrt{n-1}}$$

مثال 29:

العامل	x_1	x_2	d	d^2
1	40	55	-15	225
2	42	50	-8	64
3	35	45	-10	100
4	28	42	-14	196
5	30	28	+2	4
6	35	20	+15	225
$\sum$	210	240	-30	814

- $\bar{d} = \frac{-30}{6} = -5$
- $S_D = \sqrt{\frac{814 - \frac{(-30)^2}{6}}{6-1}} = 11.524$
- $\upsilon = 6 - 1 = 5 \Rightarrow t_{(5,5\%)} = 2.02$

$$\mu_D = |-5| \mp 2.02 \cdot \frac{11.524}{\sqrt{6}} \Rightarrow]-4.5\,;14.5[$$

نستنتج أن الصفر يقع ضمن حد الثقة بالتالي أنه لا توجد دلالة إحصائية والفرضية H_0 مقبولة

مثال 30:

$H_0 : \bar{x}_1 \geq \bar{x}_2 \Rightarrow \mu_1 = \mu_2$ - لا يوجد دلالة إحصائية ، أي أن الإنتاجية لم تتغير (لم تتحسن) [أي لا يوجد فرق جوهري حقيقي بين الوزن قبل وبعد الكافة]

$H_1 : \bar{x}_1 \prec \bar{x}_2 \Rightarrow \mu_1 \prec \mu_2$ - هناك دلالة إحصائية والإنتاجية تحسّنت

$$t_{cal} = \frac{|-5| - 0}{\frac{11.524}{\sqrt{6}}} = |-1.063| = 1.063$$

$$\upsilon = 6 - 1 = 5 \Rightarrow t_{(5,0.05)} = |-2.02| = 2.02$$

القرار: نقبل الفرضية H_0 ونرفض الفرضية H_1 لأن: $t_{cal} \prec t_{tab}$ ؛ ولا توجد دلالة إحصائية. بمعنى أن الإنتاجية لم تتغير وقد تكون قلت

مثال 31:

$$\hat{S}^2 = \frac{(12-1)*16 + (10-1)*25}{12+10-2} = 20.05\,;\ \upsilon = 12+10-2 = 20 \Rightarrow t_{(20,\frac{0.1}{2})} = 1.72$$

$$\mu_1 - \mu_2 = |85 - 81| \mp 1.72 * \sqrt{\frac{20.05}{12} + \frac{20.05}{10}} \Rightarrow 0.702 \prec \mu_1 - \mu_2 \prec 7.298$$

$\mu_1 - \mu_2 = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2| \mp t_{(\upsilon,\frac{\alpha}{2})} \cdot \sqrt{\frac{\hat{S}^2}{n_1} + \frac{\hat{S}^2}{n_2}}$

مثال 32: نرفض H_0 ونقبل H_1

$$\upsilon' = \frac{\left[\frac{(165)^2}{10} + \frac{(100)^2}{20}\right]^2}{\frac{\left(\frac{(165)^2}{10}\right)^2}{10-1} + \frac{\left(\frac{(100)^2}{20}\right)^2}{20-1}} = 12.41 \approx 12 \Rightarrow t'_{(12,\frac{0.01}{2})} = 3.05$$

$$\mu_1 - \mu_2 = |310 - 235| \mp 3.05 * \sqrt{\frac{(165)^2}{10} + \frac{(100)^2}{20}} \Rightarrow -98.14 \prec \mu_1 - \mu_2 \prec 248.14$$

الصفر يقع ضمن حد الثقة بالتالي أنه لا يوجد فرق حقيقي والفرضية H_0 مقبولة

مثال 40:

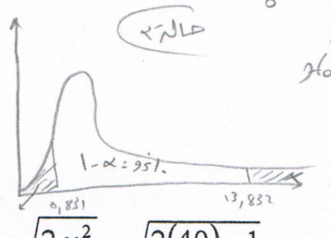
1) $\upsilon = 5\,;\ \alpha = 0.05(\rightarrow) \Rightarrow \chi^2_{tab(5,0.05)} = 11.070$

2) $\upsilon = 5\,;\ \alpha = 0.05(\leftarrow) \Rightarrow 1-\alpha = 0.95 \Rightarrow \chi^2_{tab(5,0.95)} = 1.145$

3) $\upsilon = 5\,;\ \alpha = 0.05(\leftrightarrow) \Rightarrow$

$$(\rightarrow): \frac{0.05}{2} = 0.025 \Rightarrow \chi^2_{tab(5,0.025)} = 12.832$$

$$(\leftarrow): 1-\frac{0.05}{2} = 0.975 \Rightarrow \chi^2_{tab(5,0.975)} = 0.831$$



مثال 41:

1)
$$\upsilon = 40\,;\quad \alpha = 0.05(\rightarrow) \Rightarrow Z = +1.65 \Rightarrow +1.65 = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2(40)-1}$$
$$\Rightarrow \chi^2 = \frac{\left(\sqrt{79}+1.65\right)^2}{2} = 55.53$$

2)
$$\upsilon = 40\,;\quad \alpha = 0.05(\leftarrow) \Rightarrow Z = -1.65 \Rightarrow -1.65 = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2(40)-1}$$
$$\Rightarrow \chi^2 = \frac{\left(\sqrt{79}-1.65\right)^2}{2} = 26.19$$

3)
$$\upsilon = 40\,;\quad \alpha = 0.05(\leftrightarrow) \Rightarrow Z = \mp 1.96 \Rightarrow \mp 1.96 = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2(40)-1}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} (\rightarrow): \chi^2 = \dfrac{\left(\sqrt{79}+1.96\right)^2}{2} = 58.84 \\ (\leftarrow): \chi^2 = \dfrac{\left(\sqrt{79}-1.96\right)^2}{2} = 23.99 \end{cases}$$

مثال 42:

$$\upsilon = 16-1 = 15\,;\ \alpha = 0.05(\leftrightarrow) \Rightarrow$$

$$(\rightarrow): \frac{0.05}{2} = 0.025 \Rightarrow \chi^2_{tab(15,0.025)} = 27.488$$

$$(\leftarrow): 1-0.025 = 0.975 \Rightarrow \chi^2_{tab(15,0.975)} = 6.262$$

$$\sqrt{\frac{(16-1)(2.4)^2}{27.488}} \prec \sigma_x \prec \sqrt{\frac{(16-1)(2.4)^2}{6.262}} \Rightarrow 1.773 \prec \sigma_x \prec 3.714$$

حدّا الثقة للتباين:

$$3.144 \prec \sigma_x^2 \prec 13.794$$

مثال 43:

الطلب الأول:

$$H_0 : S = \sigma$$

$$H_1 : S \neq \sigma$$

$$\upsilon = 29 - 1 = 28 \quad \alpha = 0.05(\leftrightarrow) \Rightarrow$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow \chi^2_{(28,0.025)} = 44.461$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975 \Rightarrow \chi^2_{(28,0.975)} = 15.308$$

$$\chi^2_{cal} = \frac{(29-1)*(5)^2}{(5.84)^2} = 20.52$$

القرار: قبول (H_0) والشحنة مطابقة للمواصفات.

الطلب الثاني:

العينة	قيمة الاختبار المحسوبة	درجات الحرية	القرار
1	20.52	28	قبول
2	7	28	رفض
3	27	28	قبول
4	46	28	رفض
5	36.3	28	قبول

إن قيمة (χ^2) المحسوبة المدموجة تساوي مجموع العمود الثاني من الجدول السابق ويساوي (136.82)، وقيمة درجات الحرية المدموجة تساوي مجموع العمود الثالث ويساوي (140)، وقيمة (χ^2) النظرية الجديدة تساوي:

$$(\rightarrow) : \chi^2_{tab} = \frac{\left(\sqrt{2*140-1}+1.96\right)^2}{2} = 174.2$$

$$(\leftarrow) : \chi^2_{tab} = \frac{\left(\sqrt{2*140-1}-1.96\right)^2}{2} = 108.7$$

القرار: نقبل (H_0) على الصعيد العام.

مثال 44:

الأداء \ المظهر	سيء	جيد	المجموع
منخفض	42	258	300
مرتفع	20	180	200
المجموع	62	438	500

الفرضية: فرضية الاستقلال: لا يوجد علاقة بين مظهر المندوب وأداءه.

الاختبار الإحصائي:

$$E_1 = \frac{62*300}{500} = 37.2\ , E_2 = \frac{438*300}{500} = 262.8\ , E_3 = \frac{62*200}{500} = 24.8\ , E_4 = \frac{438*200}{500} = 175.2$$

$$\chi^2 = \sum\left[\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}\right]$$

الخلية	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	42	37.2	+4.8	23.04	0.62
2	258	262.8	-4.8	23.04	0.09
3	20	24.8	-4.8	23.04	0.93
4	180	175.2	+4.8	23.04	0.13
$\sum$	500	500	0	-	1.77

القيمة الحرجة لـ χ^2 : $v = (2-1)(2-1) = 1 \quad , \quad \alpha = 0.05 \Rightarrow \chi^2_{(1,0.05)} = 3.841$

القرار: نقبل فرضية الاستقلال لأن: $\left(\chi^2_{cal} \prec \chi^2_{tab}\right)$. ولا توجد علاقة ذات دلالة إحصائية بين مظهر المندوب وأداءه.

مثال 45:

طبيعة النوم \ نوع الحبوب	حبوب سكر	حبوب منومة	المجموع
نوم جيد	10	9	19
نوم غير جيد	20	4	24
المجموع	30	13	43

فرضية الاستقلال : ليس هناك فوق جوهرية بين حبوب السكر والحبوب المنومة و حالة النوم (ليس هناك دلالة إحصائية) وبالتالي لا يوجد علاقة بين نوع الحبوب وحالة النوم.

$$E_1 = \frac{30\times 19}{43} = 13.26\ ;\ E_2 = \frac{13\times 19}{43} = 5.74\ ;\ E_3 = \frac{30\times 24}{43} = 16.74\ ;\ E_4 = \frac{13\times 24}{43} = 7.26$$

$$\begin{bmatrix} O_i & E_i & O'_i & \frac{(O'-E)^2}{E} \\ 10 & 13.26 & 10.5 & 0.57 \\ 9 & 5.74 & 8.5 & 1.33 \\ 20 & 16.74 & 19.5 & 0.46 \\ 4 & 7.26 & 4.5 & 1.05 \\ \sum O = 43 & \sum E = 43 & \sum O' = 43 & \chi^2_{cal} = 3.41 \end{bmatrix}$$

$$\upsilon = 1 \quad ; \quad \alpha = 0.05 \Rightarrow \chi^2_{tab(1,0.05)} = 3.841$$

القرار: نقبل فرضية الاستقلال وليس هناك دلالة إحصائية (ليس هناك علاقة).

مثال 46:

الفرضية : (H_0) : القطعة المعدنية سوية وتنقسم بالتساوي بين الوجهين.

الاختبار الإحصائي:

الوجه	O_i	$\overline{P}_i$	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
شعار	115	0.5	100	2.25
نقش	85	0.5	100	2.25
المجموع	200	1	200	$\chi^2_{cal} = 4.5$

القيمة الجدولية لـ (χ^2) : $v = 2 - 1 = 1, \alpha = 0.05 \Rightarrow \chi^2_{(1,0.05)} = 3.841$

القرار: نرفض (H_0) والقطعة المعدنية غير سوية.

مثال 47:

الفرضية: (H_0) : تتوزع حبّات البازلاء بحسب النسب 9 : 3 : 3 : 1 على الترتيب، وذلك كما يتوقعها العالم.

الاختبار الإحصائي:

النتائج الممكنة	O_i	$\overline{P}_i$	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
مدورة صفراء	315	$\frac{9}{16}$	312.75	0.02
مدورة خضراء	108	$\frac{3}{16}$	104.25	0.13
طويلة صفراء	101	$\frac{3}{16}$	104.25	0.10
طويلة خضراء	32	$\frac{1}{16}$	34.75	0.22
$\sum$	556	1	556	$\chi^2_{cal} = 0.47$

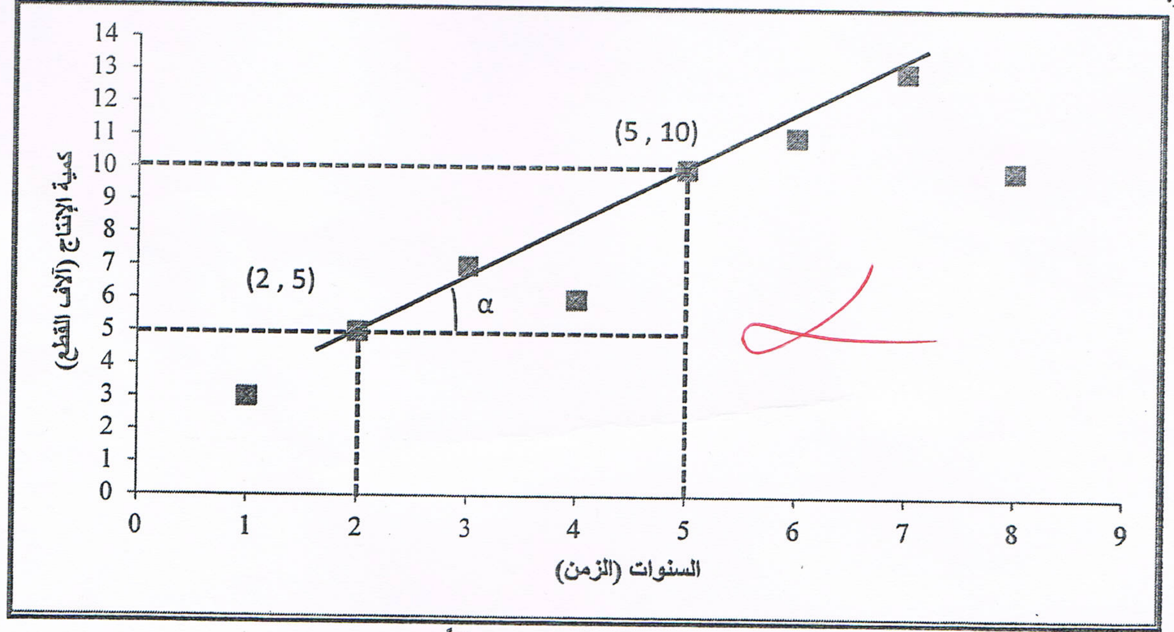
القيمة الجدولية لـ (χ^2) : $v = 4 - 1 = 3, \alpha = 0.05 \Rightarrow \chi^2_{(3,0.05)} = 7.815$

القرار: نقبل (H_0) لأن: $(\chi^2_{cal} \prec \chi^2_{tab})$ ، وعدد حبات البازلاء تتوزع بحسب النسب 9 : 3 : 3 : 1 على الترتيب.

مثال 56:

t^2	yt	t	Y	السنوات
1	3	1	3	1995
4	10	2	5	1996
9	21	3	7	1997
16	24	4	6	1998
25	50	5	10	1999
36	66	6	11	2000
49	91	7	13	2001
64	80	8	10	2002
204	345	36	65	المجموع

الطلب الأول:



نلاحظ من الرسم أعلاه أن النقاط التي وقع عليها الاختيار هي (5 , 2) ؛ (10 , 5) إذاً:

$$\left.\begin{array}{l} b=\dfrac{10-5}{5-2}=1.67 \\ a=5-1.67\times 2=1.66 \end{array}\right\} \Rightarrow \tilde{y}_t=1.66+1.67t$$

تفسير الثوابت

(a) : في الزمن صفر (نقطة الأساس عام 1994) بلغ حجم الإنتاج 1.66 ألف قطعة نظرياً.

(b) : معامل انحدار (الاتجاه العام السنوي) كلما تقدم الزمن سنة واحدة فإن حجم الإنتاج سيزداد وسطياً 1.67 ألف قطعة.

الطلب الثاني:

$$\bar{y}_1=\frac{3+5+7+6}{4}=5.25;\bar{t}_1=\frac{1+2+3+4}{4}=2.5;\bar{y}_2=\frac{10+11+13+10}{4}=11;\bar{t}_2=\frac{4+5+6+7}{4}=5.5$$

$$b=\frac{\Delta\bar{y}}{\Delta\bar{t}}=\frac{11-5.25}{5.5-2.5}=1.917 \quad ; \quad a=\bar{y}_1-b*\bar{t}_1=5.25-2.5*1.917=0.4575$$

$$\hat{y}_t=0.4575+1.917t$$

الطلب الثالث:

$$\left.\begin{aligned} b &= \frac{8\times 345-65\times 36}{8\times 204-(36)^2}=1.25 \\ a &= \frac{65-1.25\times 36}{8}=2.5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \hat{y}_t = 2.5+1.25t$$

الطلب الرابع: $\hat{y}_{1998} = 2.5+1.25(4)=7.5 \Rightarrow \hat{y}_t = 7.5+1.25t$

الطلب الخامس: $\hat{y}_{1999} = 2.5+1.25(5)=8.75$

لو كان الإنتاج متأثر فقط بالاتجاه العام ، لكانت الكمية المنتجة 8.75 ألف قطعة.

الطلب السادس: $\hat{y}_{2003} = 2.5+1.25(9)=13.75$

مثال 57:

السنة	Y	t	Yt	t^2
1991	3	-4	-12	16
1992	4	-3	-12	9
1993	7	-2	-14	4
1994	6	-1	-6	1
1995	8	0	0	0
1996	11	1	11	1
1997	10	2	20	4
1998	12	3	36	9
1999	15	4	60	16
المجموع	76	0	83	60

الطلب الأول:

$$\left.\begin{aligned} a &= \bar{y} = \frac{76}{9} = 8.4444 \\ b &= \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{83}{60} = 1.3833 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \hat{y}_t = 8.4444+1.3833t$$

الطلب الثاني: $\hat{y}_{1990} = 8.4444+1.3833(-5)=1.5279 \Rightarrow \hat{y}_t = 1.5279+1.3833t$

الطلب الثالث: $\hat{y}_{2000} = 8.4444+1.3833(5)=15.3609$

الطلب الرابع:

$$(C\times I)_{1991} = \frac{y_{1991}}{\hat{y}_{1991}}\times 100 = \frac{3}{8.4444+1.3833(-4)}\times 100 = \frac{3}{2.9112}\times 100 \approx 103\%$$

هناك تأثير إيجابي للعوامل الدورية والعشوائية، ساهمت بزيادة قيمة المبيعات بنسبة 3%.

الطلب الخامس:

$$(C\times I)_{1994} = \frac{y_{1994}}{\hat{y}_{1994}}\times 100 = \frac{6}{8.4444+1.3833(-1)}\times 100 = \frac{6}{7.0611}\times 100 \approx 85\%$$

هناك تأثير سلبي للعوامل الدورية والعشوائية، ساهمت بإنقاص المبيعات بنسبة 15%.

الطلب السادس: $\because (C\times I)_{2003} = 100\% \quad \therefore y_{2003} = \hat{y}_{2003} = 16.7442$

مثال 58:

الطلب الأول:

السنة	Y_t	t	t' = 2t	$y_t . t'$	t'^2
2000	20	-2.5	-5	-100	25
2001	28	-1.5	-3	-84	9
2002	33	-0.5	-1	-33	1
2003	40	+0.5	+1	+40	1
2004	56	+1.5	+3	+168	9
2005	60	+2.5	+5	+300	25
$\sum$	237	0	0	291	70

$$a = \bar{y} = \frac{237}{6} = 39.5$$

$$b' = \frac{\sum yt'}{\sum t'^2} = \frac{291}{70} = 4.157$$

$$\Rightarrow \tilde{y}_t = 39.5 + 4.157 \cdot t'$$

حيث أن نقطة الأساس واقعة بين عامي 2002 و 2003 أي أنها في منتصف عام 2003 ،

تفسير b : مقدار الزيادة نصف السنوية (الاتجاه العام نصف السنوي) ويساوي 4.157

الطلب الثاني:

لإيجاد معادلة الاتجاه العام السنوية في عام 1999، نتبع الخطوات التالية:

$$\hat{y}_{1999} = 39.5 + 4.157(-7) = 10.401 \quad ; \quad b = 2b' = 2 \times 4.157 = 8.314 \Rightarrow \hat{y}_t = 10.401 + 8.314t$$

مثال 59:

الطلب الأول:

$$\bar{\bar{Y}} = \frac{915}{4 \times 5} = 45.75 \text{ راكب}$$

تفسير المتوسط العام : لو لم يكن هناك تأثير للموسم لكان من المتوقع أن يكون متوسط عدد الركاب 45.75 في كل فصل.

$\bar{y}_1 = \frac{140}{5} = 28$ راكب ; $\bar{y}_2 = \frac{265}{5} = 53$ راكب ; $\bar{y}_3 = \frac{310}{5} = 62$ راكب ; $\bar{y}_4 = \frac{200}{5} = 40$ راكب

الفصل	متوسط كل فصل	المتوسط العام	الدليل الموسمي (S)
1	28	45.75	$S_1 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{\bar{Y}}} * 100 = \frac{28}{45.75} * 100 = 61.21\%$ هناك تأثير سلبي للموسم في خفض عدد الركاب بنسبة 38.79%
2	53	45.75	$S_2 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{\bar{Y}}} * 100 = \frac{53}{45.75} * 100 = 115.85\%$ هناك تأثير إيجابي
3	62	45.75	$S_3 = \frac{\bar{y}_3}{\bar{\bar{Y}}} * 100 = \frac{62}{45.75} * 100 = 135.51\%$
4	40	45.75	$S_4 = \frac{\bar{y}_4}{\bar{\bar{Y}}} * 100 = \frac{40}{45.75} * 100 = 87.43\%$
			$\sum S = 400\%$

الطلب الثاني:

$$\frac{y_{2/2001}}{S_2} \times 100 = \frac{55}{115.85} \times 100 = 47.48 \approx 47 \text{ راكب}$$

الطلب الثالث:

$$\frac{y_{4/2004}}{S_4} \times 100 = \frac{43}{87.43} \times 100 = 49.2 \approx 49 \text{ راكب}$$

مثال 60:

السنة	الفصل	Y	t	yt	t^2
2000	1	10	1	10	1
	2	8	2	16	4
	3	12	3	36	9
	4	7	4	28	16
2001	1	12	5	60	25
	2	10	6	60	36
	3	14	7	98	49
	4	6	8	48	64
2002	1	13	9	117	81
	2	9	10	90	100
	3	15	11	165	121
	4	8	12	96	144
2003	1	16	13	208	169
	2	12	14	168	196
	3	14	15	210	225
	4	9	16	144	256
2004	1	17	17	289	289
	2	10	18	180	324
	3	16	19	304	361
	4	17	20	340	400
المجموع		235	210	2667	2870

الطلب الأول:

$$\left.\begin{aligned} b &= \frac{20\times 2667-235\times 210}{20\times 2870-(210)^2}=0.3 \\ a &= \frac{235-0.3\times 210}{20}=8.6 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \tilde{Y}_t = 8.6+0.3t$$

تبلغ المبيعات في نقطة الأساس (الفصل الرابع من عام 1999) 8.6 ؛ ومع تقدم الزمن فصل واحد تزداد المبيعات بمعدل 0.3

الطلب الثاني: $\hat{Y}_{1/2001} = 8.6+0.3(5)=10.1 \Rightarrow \hat{Y}_t = 10.1+0.3t$

الطلب الثالث: $\hat{Y}_{4/2000} = 8.6+0.3(4)=9.8$

الطلب الرابع: بالاعتماد على الجدول رقم (1) جدول لا يخص المسألة وجدول رقم (2) جدول لا يخص المسألة

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع	المجموع
2000	112.36	86.96	126.32	71.43	
2001	118.81	96.15	130.84	54.55	
2002	115.04	77.59	126.05	65.57	
2003	128.00	93.75	106.87	67.16	
2004	124.09	71.43	111.89	116.44	
المجموع	598.30	425.88	601.97	375.15	
الرقم القياسي الموسمي الخام	119.66	85.18	120.39	75.03	400.26
الرقم القياسي الموسمي المعدّل	119.58	85.12	120.32	74.98	400

حيث أن قيمة معامل التصحيح تساوي (400 / 400.26 = 0.99935)

الطلب الخامس: بالاعتماد على الجدول الأول من المسألة والسطر الأخير لجدول الطلب الرابع، باستخدام العلاقة $\frac{Y}{S} \times 100$

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
2000	8.36	9.40	9.97	9.34
2001	10.04	11.75	11.64	8.00
2002	10.87	10.57	12.47	10.67
2003	13.38	14.10	11.64	12.00
2004	14.22	11.75	13.30	22.67

الطلب السادس:

$$\hat{Y}_{1/2005} = 8.6 + 0.3(21) = 14.9$$

الطلب السابع:

$$\hat{Y}_{1/2005} \times S_1 = 14.9 \times \frac{119.58}{100} = 17.82$$

الطلب الثامن:

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
2000	93.96	102.16	104.98	95.26
2001	99.36	112.96	108.74	72.75
2002	96.21	91.15	104.76	87.46
2003	107.04	110.14	88.82	89.58
2004	103.77	83.92	92.99	155.29

مثال 63:

الطلب الأول:

$$\bar{y}_1 = \frac{200+210+220}{3} = 210\,;\ \bar{y}_2 = \frac{230+240+223}{3} = 231\,;\ \bar{t}_1 = 2\,;\ \bar{t}_2 = 5$$

$$b = \frac{231-210}{5-2} = 7 \quad ; \quad a = 210 - 7\times 2 = 196 \Rightarrow \hat{Y}_t = 196 + 7t$$

الطلب الثاني:

$$b_S = \frac{7}{4} = 1.75\,;\ a_S = 196 + 2\times 1.75 = 199.5 \Rightarrow \hat{Y}_S = 199.5 + 1.75 t_S$$

$$b_m = \frac{7}{12} = 0.5833\,;\ a_m = 196 + 6\times 0.5833 = 199.4998 \Rightarrow \hat{Y}_m = 199.4998 + 0.5833 t_m$$

الطلب الثالث:

$$b_S = \frac{7}{16} = 0.4375\,;\ a_S = \frac{196}{4} + 2\times 0.4375 = 49.875 \Rightarrow \hat{Y}_S = 49.875 + 0.4375 t_S$$

$$b_m = \frac{7}{144} = 0.04861\,;\ a_m = \frac{196}{12} + 6\times 0.04861 = 16.625 \Rightarrow \hat{Y}_m = 16.625 + 0.04861 t_m$$

***   ***   ***

انتهى المنهاج

~ ف ~

الأستاذ محمد شحيبر 0933/525660

$t_{1/2001}=1$ $\hat{Y}_{1/2001}=8,9$
$t_{2/2001}=2$ $\hat{Y}_{2/2000}=9,2$ $\frac{Y}{\hat{Y}}*100$

يبيّن الجدول الآتي نسب عزل تأثير الاتجاه العام من بيانات المبيعات الفصلية لإحدى المحلات التجارية من عام 2000 ولغاية عام 2004:

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
2000	112.36	86.96	126.32	71.43
2001	118.81	96.15	130.84	54.55
2002	115.04	77.59	126.05	65.57
2003	128.00	93.75	106.87	67.16
2004	124.09	71.43	111.89	116.44
المجموع	598.30	425.88	601.97	375.15

إذا علمت أن بداية الفصل الأول من عام 2000 هو فصل الأساس، وإذا علمت أيضاً أن قيمة المبيعات في الفصل الأول وفي الفصل الثاني من عام 2000 متأثرة بالاتجاه العام فقط تبلغ 8.9 و 9.2 على التوالي (المبيعات مقدرة بآلاف الليرات السورية)؛ المطلوب:

1- أوجد معادلة الاتجاه العام الفصلية ، وفسّر الثوابت؟ ؛ 2- أوجد الرقم القياسي الموسمي (الخام والمعدل) لهذه السلسلة؟ ؛ 3- أوجد قيمة المبيعات الفعلية في الفصل الأول والثاني والثالث والرابع من عام 2000؟ ثم أوجد قيمة المبيعات في الفصل الأول من عام 2000 بعد استبعاد تأثير الموسم؟ ؛
4- أوجد الرقم القياسي الدوري في الفصل الأول والثاني من عام 2000 ؟

بيّنت الدراسات الشاملة التي أجرتها إحدى شركات إنتاج الشوكولاته أن متوسط وزن اللوح الواحد يبلغ 100غرام والانحراف المعياري 6 غرامات؛ وللتأكد من مطابقة إنتاجها الحالي للمواصفات المطلوبة، قامت بسحب عينتين من الإنتاج فأعطت النتائج الآتية:

العينة	حجم العينة	متوسط وزن اللوح	الانحراف المعياري	نسبة زبدة الكاكاو البديلة
آ	121 لوحاً	101 غ	5.5 غ	20%
ب	81 لوحاً	98 غ	6 غ	10%

المطلوب: 1- أياً من العينتين تمثل المجتمع الإحصائي الذي سحبت منه ، مدعماً رأيك بالحسابات اللازمة ؛ 2- ما هو عدد الألواح في العينة (آ) التي يقل وزنها عن 112 غرام ؟ ؛ 3- قدّر باحتمال 95% نسبة زبدة الكاكاو البديلة في الإنتاج الكلي، اعتماداً على العينة (آ) أولاً ثم العينة (ب) ثانياً ؟
4- ما هي نسبة العينات العشوائية الواجب سحبها من حجم (121) لوح بحيث تكون نسبة زبدة الكاكاو البديلة لا تقل عن 20% من مجتمع إحصائي يحتوي بالضبط على 28% من نسبة زبدة الكاكاو البديلة ؟ ؛
5- ما هو حجم العينة العشوائية الواجب سحبها لتقدير الانحراف المعياري الحقيقي بحيث لا يختلف عن الانحراف المعياري للعينة (آ) المسحوبة من المجتمع الإحصائي المدروس باحتمال 95% وأن لا تزيد نسبة الخطأ في تقدير الانحراف المعياري عن 0.5% ؛ ولقد كان من المرغوب به تقدير النسبة الحقيقية لبودرة الكاكاو في الإنتاج الكلي وقد قدرت نتيجة خبرة سابقة بـ (18%) ؛ فهل تعتقد بأن حجم العينة العشوائية المسحوبة أعلاه كاف لتقدير النسبة الحقيقية لبودرة الكاكاو في الإنتاج الكلي بحيث لا يزيد الخطأ في التقدير عن 3.3% وأن لا يقل احتمال الدقة عن 90% ؟

تبيّن من دراسة أجرتها مؤسسة إكثار البذار أن نسبة نقاوة البذور لا تقل ولا تزيد عن 98%، ولقد ورد للمؤسسة عدة أصناف من البذار، أُخذ صنفين منها، حجم كل صنف 169 غ فأعطت نتائجهما الآتي:

	الصنف الأول	الصنف الثاني
نسبة النقاوة	99%	96%
متوسط القساوة	5.05 غ/مم³	4.97 غ/مم³
الانحراف المعياري	0.4 غ/مم³	0.2 غ/مم³

المطلوب: أي العينتين تمثل المجتمع الإحصائي الذي سحبت منه ؟

رغبة منها في زيادة حجم مبيعاتها قررت الشركة الحديثة للصناعة إنتاج نوع جديد من البطاريات ذات المواصفات العالية التي يخضع عمرها لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي (800) ساعة وانحرافه المعياري (36) ساعة، وقد كلفت إدارة الشركة مدير الإنتاج بإجراء اختبارات دورية على الإنتاج الجديد وذلك بسحب عينة عشوائية أسبوعياً حجمها (36) بطارية وحساب العمر الوسطي لها، فإذا كان العمر الوسطي للبطاريات في العينة أقل من (790.1) ساعة اعتبر الإنتاج غير محقق للمواصفات، والمطلوب:

① أكتب نص الفرضية الواجب اختبارها بعد سحب كل عينة عشوائية واكتب نص الفرضية البديلة ؟
② ما هو مستوى الدلالة الذي اعتمدته إدارة الشركة وما هو رأيك فيه، علل إجابتك بالحسابات ؟
③ ما هو احتمال رفض الفرضية المختبرة علماً بأنها صحيحة وفقاً للإجراءات السابقة وماذا يدعى ذلك ؟
④ اقترح مدير الإنتاج على الإدارة زيادة حجم العينة المختبرة أسبوعياً ليصبح (64) بطارية وقد وافقت الإدارة على ذلك، ما هي النتائج المترتبة على هذا الإجراء، وما هو رأيك به، دعّم إجابتك بالحسابات اللازمة ؟
⑤ قررت إدارة الشركة تسويق الإنتاج الجديد على شكل عبوات وترغب بأن تكون متأكدة باحتمال (95.5%) أن العمر الوسطي للبطاريات في العبوة لن يقل عن (794) ساعة، فما هو عدد البطاريات الواجب وضعها في كل عبوة حتى يكون قرار الشركة محققاً ؟
⑥ ادعت الشركة المتحدة للصناعة أنها أنتجت نوعاً جديداً من البطاريات عالية الجودة يبلغ عمرها الوسطي (850) ساعة فقامت جمعية حماية المستهلك بسحب عينة عشوائية من إنتاج هذه الشركة حجمها (36) بطارية فتبين أن الوسط الحسابي لعمر البطاريات يبلغ (808) ساعة والانحراف المعياري (48) ساعة، فهل تعتقد أن ادعاء الشركة المتحدة كان صحيحاً.
⑦ قامت جمعية حماية المستهلك أيضاً بسحب عينة عشوائية حجمها (36) بطارية من إنتاج الشركة الحديثة فتبين أن الوسط الحسابي لعمر البطاريات قد بلغ (796) ساعة والانحراف المعياري (36) ساعة وقررت الجمعية بعد ذلك أن إنتاج الشركة المتحدة للصناعة أحسن بصورة حقيقية من إنتاج الشركة الحديثة للصناعة ؛ فهل كان قرارها صحيحاً؛ دعّم إجابتك بما تراه مناسباً.

(٢) الصنف (أ):

$$P = P' \mp Z \cdot \sqrt{\frac{p'q'}{n}}$$
$$= 20 \mp 1.96 * \sqrt{\frac{20*80}{121}} \Rightarrow [12.87 ; 27.13]$$

الصنف (ب) غير عشوائية.

(٤)
$$Z = \frac{p' - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{20 - 28}{\sqrt{\frac{28*72}{121}}} = -1.96 \Rightarrow \frac{0.95}{2} = 0.475$$

نسبة العينات (47.5%).

(٥)
$$n = \frac{(Z)^2 \cdot (S)^2}{2(d)^2} = \frac{(1.96)^2 * (5.5)^2}{2(0.5)^2} = 232$$

$$n = \frac{(Z)^2 * P * q}{(d)^2} = \frac{(1.65)^2 * 18 * 82}{(3.3)^2} = 369$$

حجم العينة المسحوبة غير كافي لأن $[121 < 369]$

(١)
$H_0: P = P'$
$H_1: P \neq P'$

الصنف (ب)	الصنف (أ)
$Z = \frac{\lvert p' - p \rvert}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{\lvert 96-98 \rvert}{\sqrt{\frac{98*2}{169}}} = 1.86$	$Z = \frac{\lvert p' - p \rvert}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{\lvert 99-98 \rvert}{\sqrt{\frac{98*2}{169}}} = 0.92$

نقبل H_0 في كلا الصنفين، وبالتالي الصنفين يمثلان المجتمع.

(١) ٥١٠ لا يوجد فروق جوهرية بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع

(٣)
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{790.1 - 800}{\frac{36}{\sqrt{36}}} = -1.65$$

مستوى الدلالة (5%).

(٤) سوف نخفض مستوى الدلالة (1%)، ونحمي ذلك خفض مستوى رفض H0

$$-1.65 = \frac{\bar{X} - 800}{\frac{36}{\sqrt{64}}} \Rightarrow \bar{X} = 800 - 1.65 * \frac{36}{\sqrt{64}} = 792.57$$

(٥)
$$n = \frac{(2)^2 * (36)^2}{(6)^2} = 144$$

(٦)
$$\mu = \bar{X} \mp Z \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 808 \mp 3 * \frac{48}{\sqrt{36}}$$
$$[784 ; 832]$$

نعم لأن الحد الأدنى أقل من الادعاء، أو أن الادعاء صائب.

(٧)
$H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$
$H_1: \bar{x}_1 > \bar{x}_2$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{\lvert 808 - 796 \rvert}{\sqrt{\frac{(48)^2}{36} + \frac{(36)^2}{36}}} = \frac{12}{10} = 1.2$$

نقبل H_0 والادعاء صائب

---

(١)
$b = 9.2 - 8.9 = 0.3$
$a = 8.9 - 0.3 = 8.6$
$\} \Rightarrow \hat{y} = 8.6 + 0.3t$

$a = \hat{y}_{1/2000} - b$

8.6 ← قيمة المبيعات في نهاية الفصل (٤) عام 1999

0.3 ← مقدار الزيادة الفصلية

(٣) الأرقام الأولية:

$S_1 = 119.66\%$ $\quad S_2 = 85.18\%$ $\quad S_3 = 120.39\%$

$S_4 = 75.03\%$ $\Rightarrow \sum S_i = 400.26\%$

الأرقام المعدلة:

$S_1 = 119.66 * \frac{400}{400.26} = 119.58\%$ $\quad S_2 = 85.13\%$

$S_3 = 120.31\%$ $\quad S_4 = 74.98\%$ $\quad \sum S_i = 400\%$

(٢)
$\hat{y}_{1/2000} = 8.9$ $\quad \hat{y}_{2/2000} = 9.2$

$\hat{y}_{3/2000} = 9.5$ $\quad \hat{y}_{4/2000} = 9.8$

$$\frac{y}{8.9} * 100 = 112.36 \Rightarrow y_{1/2000} = \frac{8.9 * 112.36}{100} = 10$$

وهكذا:

$$y_{2/2000} = \frac{9.2 * 86.96}{100} = 8$$

$$y_{3/2000} = \frac{9.5 * 126.32}{100} = 12$$

$$y_{4/2000} = \frac{9.8 * 71.43}{100} = 7$$

$$\frac{y_{1/2000}}{S_1} * 100 = \frac{10}{119.58} * 100 = 8.36$$

(٤)
$$C * I = \frac{\frac{y_{1/2000}}{S_1} * 100}{\hat{y}_{1/2000}} * 100 = \frac{8.36}{8.9} * 100 = 93.93\%$$

$$(C * I)_{2/2000} = \frac{\frac{y_{2/2000}}{S_2} * 100}{\hat{y}_{2/2000}} * 100 = \frac{\left(\frac{8}{85.13} * 100\right)}{9.2} * 100 = 102\%$$

(١)
$H_0: \bar{x} = \mu$ - العينة تمثل
$H_1: \bar{x} \neq \mu$ - العينة لا تمثل

ب	أ
$Z = \frac{\lvert 98 - 100 \rvert}{\frac{6}{\sqrt{81}}} = 3$	$Z = \frac{\lvert 101 - 100 \rvert}{\frac{6}{\sqrt{121}}} = 1.83$

القرار: نقبل H_0 للعينة (أ) ونرفضها للعينة (ب)

العينة (أ) عشوائية وتمثل المجتمع.

(٣)
$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S} = \frac{112 - 101}{5.5} = +2 \Rightarrow \frac{0.9545}{2} = 0.47725$$

0 ... +2

العدد $= 121 * (0.5 + 0.47725) \simeq 118$ لوح

Creative Accounting Team

Best Regards

Ahmed Habbal